ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ҒЫЛЫМДАРЫ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ
PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

МРНТИ 29.35.37; 29.35.39

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕИНЕРЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ ОТСЧЕТА ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ

И.Ф. СПИВАК-ЛАВРОВ[1[0000-0001-6235-3897]*], **Ж.Н. КАРМАШЕВА**[1[0009-0005-9835-5807]], **А.Е. СУЛТАНОВА**[1[0009-0005-5631-1558]]

[1]Актюбинский региональный университет им. К. Жубанова, Актобе, Казахстан

[*]e-mail: spivakif@rambler.ru

Аннотация. Обычно при решении физических задач используются инерциальные системы отсчета (ИСО). ИСО – это такие системы отсчета, в которых выполняется первый закон Ньютона. Именно в ИСО выполняются также второй и третий законы Ньютона. В работе рассмотрен ряд задач элементарной физики, при решении которых удобно использовать неинерциальные системы отсчета (НИСО). При этом нужно учитывать действие на механическую систему, так называемых, сил инерции. Приведены подробные решения таких задач. Показано, что любые реальные системы отсчета, которые мы используем при решении задач, являются в той или иной степени неинерциальными. В конечном счете, вопрос учета их не инерциальности зависит от необходимой точности решения задачи. В работе приведены решения четырех задач, для решения которых целесообразно использовать неинерциальные системы отсчета. При этом использование инерциальных систем отсчета для решения этих задач приводит к более громоздким решениям. Список таких задач может быть еще значительно увеличен. Отметим также, что при использовании неинерциальных систем отсчета многие задачи динамики при решении переходят в задачи статики.

Ключевые слова: законы Ньютона, инерциальные системы отсчета, неинерциальные системы отсчета, силы инерции

Для того чтобы изучать движение тел необходимо выбрать систему отсчета (СО). В классической механике выбор СО подразумевает выбор тела отсчета (ТО), жестко связанной с ТО системы координат (СК), а также линейки (Л) для измерения расстояний и часов (Ч) для измерения времени. Таким образом, можно записать следующую условную формулу:

$$\text{СО} = \text{ТО} + \text{СК} + \text{Л} + \text{Ч}. \tag{1}$$

Выбор линейки и часов подразумевает выбор системы единиц для измерения длины и времени. В международной системе СИ это – метр (м) и секунда (с).

Обычно при решении задач используют инерциальные системы отсчета (ИСО). ИСО – это такие СО, в которых выполняется, в первую очередь, первый закон Ньютона. Именно в

ИСО выполняются также второй и третий законы Ньютона. Пусть в ИСО основной закон динамики – второй закон – второй закон Ньютона – записывается в виде:

$$m\vec{a} = \vec{F}\,. \tag{2}$$

Здесь $\vec{a}$ – ускорение, а $\vec{F}$ – результирующая реальных сил, действующих на материальную точку с массой m. У каждой реальной силы есть материальный источник, то есть другое тело или среда, со стороны которой эта сила действует. Если же мы выберем НИСО, то уравнение движения в НИСО будет:

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{\text{ин}}. \tag{3}$$

Здесь теперь ускорение равно $\vec{a}'$ и добавляются силы инерции $\vec{F}_{\text{ин}}$, обусловленные неинерциальностью НИСО. Все силы инерции могут быть представлены в следующем виде:

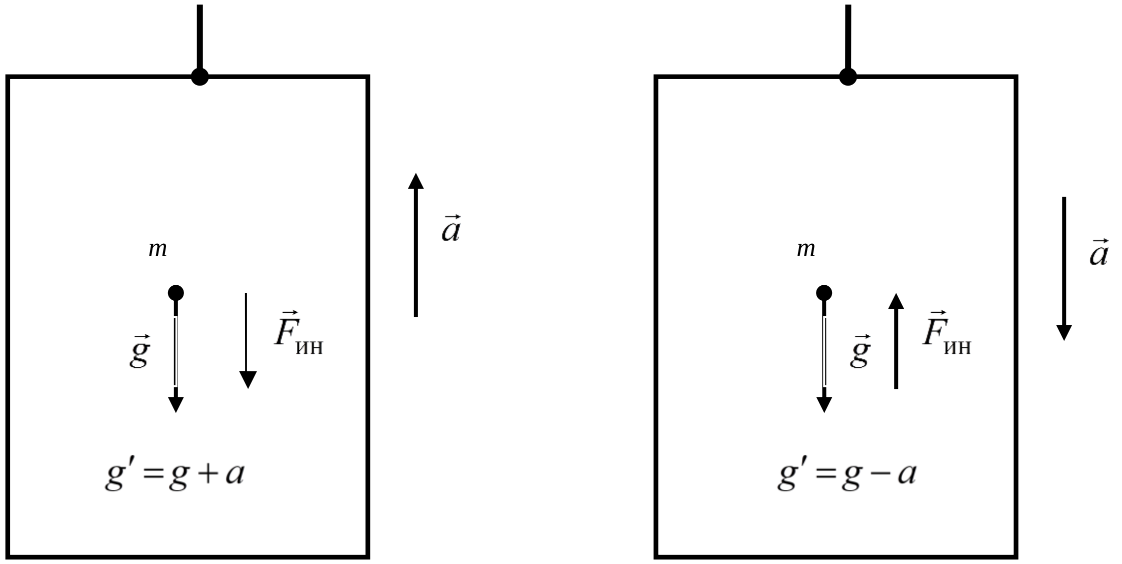
$$\vec{F}_{\text{ин}} = -m\vec{a}_{\text{НИСО}}\,. \tag{4}$$

Здесь $\vec{a}_{\text{НИСО}}$ – это ускорение НИСО относительно ИСО. Все силы инерции пропорциональны массе тела m, так же как сила тяжести:

$$\vec{P} = m\vec{g}\,, \tag{5}$$

где $\vec{g}$ – ускорение свободного падения. Поэтому движение в поступательно движущихся НИСО, можно рассматривать как движение в некотором эффективном поле тяжести. Отметим, что в формулу (4) входит, так называемая, инертная масса, а в формулу (5) – гравитационная масса, принцип эквивалентности этих масс лежит в основе общей теории относительности (ОТО) Эйнштейна.

В качестве примера на рисунке 1 рассмотрено движение в поднимающемся и опускающемся лифте. В случае a), когда лифт поднимается с ускорением $\vec{a}$, мы наблюдаем в лифте перегрузку. Перегрузку моно описать, как движение в эффективном поле тяжести с ускорением свободного падения $g' = g + a$. Наоборот, в случае b), когда лифт опускается с ускорением $\vec{a}$, эффективное поле тяжести уменьшается и его можно описать уменьшением ускорения свободного падения, теперь $g' = g - a$, и при $a = g$ наблюдаем состояние невесомости, когда $g' = 0$.



a) b)

Рисунок 1 – Движение в лифте: a) перегрузка; b) невесомость – при $a = g$

Далее рассмотрен случай произвольного движения НИСО K' относительно СО K. Изложение этого вопроса моно найти в учебниках [1–11]. Задачи по механике, для решения которых могут использоваться НИСО можно найти в задачниках [12–18].

Задача 1 – «Падение в лифте». Эту задачу можно найти в задачнике Иродова [12]. Кабина лифта, у которой расстояние от пола до потолка равно 2,7 м , начала подниматься с постоянным ускорением 1,2 м/с^2. Через 2,0 с после начала подъема с потолка кабины начал падать болт. Найти:

а) время свободного падения болта;

б) перемещение и путь болта за время свободного падения в системе отсчета, связанной с шахтой лифта.

Решение

Перейдем в НИСО, связанную с лифтом. Найдем эффективное ускорение свободного падения в НИСО:

$$g' = g + a = 9{,}8 + 1{,}2 = 11\, м/с^2 .$$

Найдем время падения болта, используя формулу:

$$h = \frac{g' t^2}{2} . \qquad (1)$$

Откуда время падения болта:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g'}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}7}{11}} \cong 0{,}7\,\text{с} . \qquad (2)$$

К моменту начала падения болта у него была скорость $\upsilon_0 = 1.2 \cdot 2 = 2.4$ м/с относительно шахты лифта, направленная вверх. Направляя ось x вверх, найдем перемещение болта относительно шахты лифта:

$$x = \upsilon_0 t - \frac{g t^2}{2} = 2{,}4 \cdot 0{,}7 - \frac{9{,}8 \cdot 0.49}{2} = -0.7\,\text{м}.$$

Относительно шахты лифта у болта будет точка остановки, где скорость болта $\upsilon = 0$. Найдем время до остановки:

$$\tau = \frac{\upsilon_0}{g} = \frac{2.4}{9.8} = 0.245\,\text{с}.$$

За это время болт поднимется вверх относительно шахты на расстояние:

$$s = \frac{\upsilon_0}{2}\tau \cong 0.3\,\text{м}.$$

В результате путь, пройденный болтом относительно шахты лифта, будет равен:

$$S = 2s + |x| = 0.6 + 0.7 = 1.3\,\text{м}.$$

Задача 2 – «Отражение бруска». На гладкой горизонтальной поверхности расположен брусок, длина которого равна l, а масса M. На бруске лежит небольшое тело массы m (см. рисунок). Коэффициент трения между маленьким телом и бруском μ. Система движется со скоростью υ, затем брусок упруго ударяется об стенку. Какой должна быть минимальная скорость υ, чтобы тело соскользнуло с бруска?

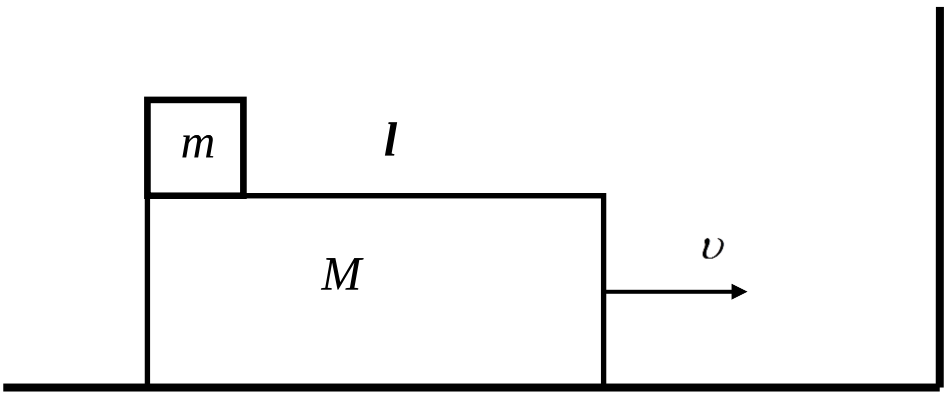


Рис. 1 – К условию задачи 1.

Решение

После упругого удара брусок будет двигаться от стенки со скоростью υ, а тело сохранит прежнюю скорость движения, как показано а рис. 2. На тело со стороны бруска действует сила $\vec{F}_{\text{тр}}$, а на брусок со стороны тела действует сила $\vec{F}'_{\text{тр}} = -\vec{F}_{\text{тр}}$ (третий закон Ньютона), причем по величине

$$F_{\text{тр}} = F'_{\text{тр}} = \mu mg \,. \tag{1}$$

Таким образом, брусок движется с ускорением *а (вернее с замедлением)*, равным по величине:

$$a = \frac{F_{\text{тр}}}{M} = \frac{\mu mg}{M} \,. \tag{2}$$

Задачу удобно решать в неинерциальной системе отсчета (НИСО), связанной с бруском. В НИСО второй закон Ньютона в векторной форме имеет вид:

$$m\vec{a}' = \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{F}_{\text{ин}} . \tag{3}$$

Здесь $\vec{a}'$ – ускорение тела в НИСО, а $\vec{F}_{\text{ин}}$ – сила инерции, действующая в НИСО, она равна:

$$\vec{F}_{\text{ин}} = -m\vec{a} \,. \tag{4}$$

Учитывая направления сил, которые показаны на рис. 2, запишем уравнение (3) в виде:

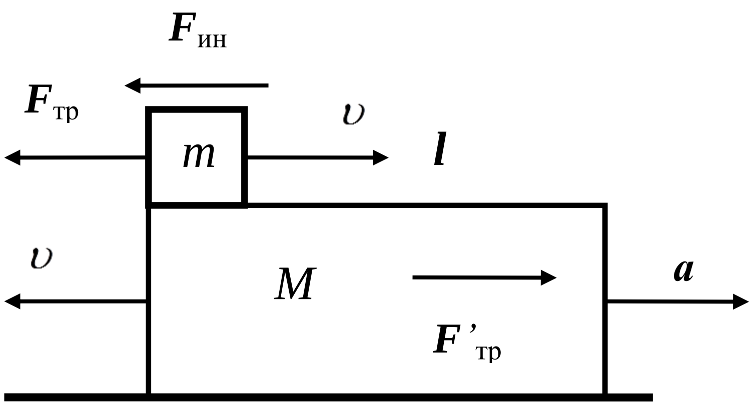


Рисунок 2 – К решению задачи 2.

$$ma' = \mu mg + \frac{\mu m^2 g}{M} = \mu mg\left(1 + \frac{m}{M}\right). \tag{5}$$

Откуда

$$a' = \mu g\left(1 + \frac{m}{M}\right). \tag{6}$$

Так как начальная скорость тела относительно бруска равна 2υ, а до остановки тело должно пройти расстояние l, то имеем:

$$(2\upsilon)^2 = 2a'l\,. \tag{7}$$

Откуда, учитывая (6), получим ответ:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{\mu g l}{2}\left(1+\frac{m}{M}\right)}. \tag{8}$$

Задача 3 – «Маятник на наклонной плоскости». На платформе установлен штатив с маятником в виде небольшого шарика на нити. Шарик много легче пдатформы. Сама же платформа вначале удерживается на наклонной плоскости, а затем ее отпускают, и она соскальзывает по ней. Коэффициент трения платформы о плоскость μ. Угол наклона плоскости к горизонту α. На какой максимальный угол от вертикали отклонится шарик в процессе движения платформы?

Решение

Платформа начнет двигаться с ускорением:

$$a = g\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right). \tag{1}$$

На шарик будет действовать сила тяжести $m\vec{g}$ и сила инерции

$$\vec{F}_{\text{ин}} = -m\vec{a}\,. \tag{2}$$

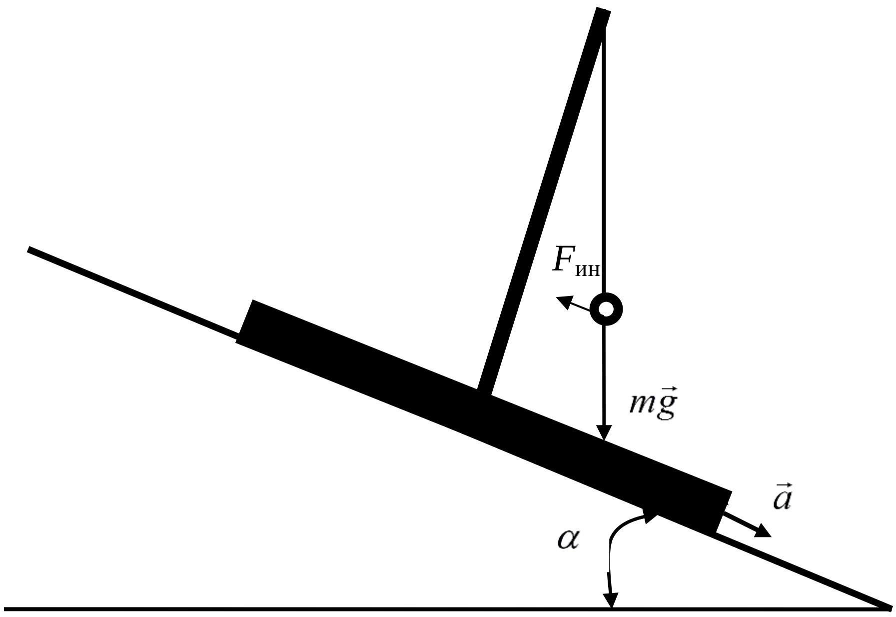


Рисунок 1 – К задаче 3

Используя рисунок 2 определим тангенс угла β:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{F_{\text{ин}}\cos\alpha}{mg - F_{\text{ин}}\sin\alpha} = \frac{\cos\alpha\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right)}{1 - \sin^2\alpha + \mu\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \mu}{1 + \mu\operatorname{tg}\alpha}. \quad (3)$$

Таким образом,

$$\beta = \alpha - arctg\,\mu, \quad (4)$$

а максимальное отклонение шарика от вертикали равно 2β.

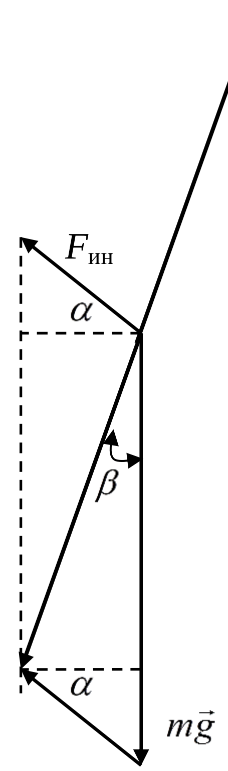


Рисунок 2 – К определению угла β

Задача 4 – «Три цилиндра». Три одинаковых цилиндра расположены треугольником, как показано на рисунке, причем два нижних лежат на земле. Трением в системе можно пренебречь. Вы прикладываете силу (направленную вправо) к левому цилиндру. Какое 1) минимальное и 2) максимальное ускорении можно придать системе, чтобы все три цилиндра остались в контакте друг с другом?

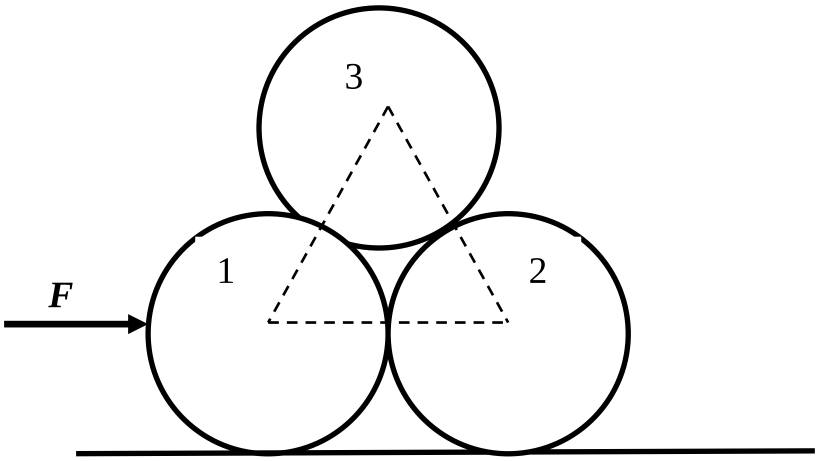


Рисунок 1 – К задаче 4

Решение

Под действием силы F цилиндры приобретут ускорение a, причем:

$$F = 3ma. \tag{1}$$

Здесь остальные силы являются внутренними и их сумма равна нулю. Выберем НИСО, связанную с цилиндрами. Ось x направим горизонтально, а ось y вертикально, как показано на рисунке 2.

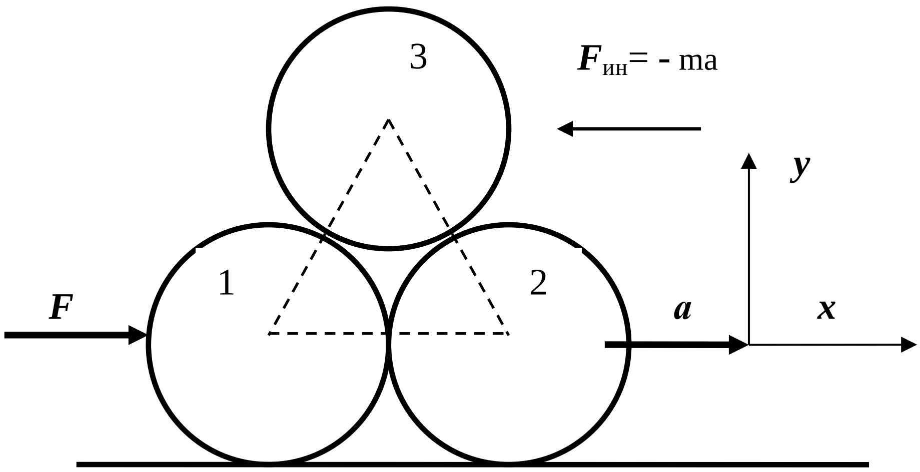


Рисунок 2 – Силы и координаты

Сначала спроектируем все силы, действующие на цилиндры на ось x:

$$3ma - \frac{1}{2}N_{13} - N_{12} - ma = 0. \tag{2}$$

$$N_{12} + \frac{1}{2}N_{23} - ma = 0. \tag{3}$$

$$\frac{1}{2}N_{13}-\frac{1}{2}N_{23}-ma=0\,. \tag{4}$$

Спроектируем силы, действующие на третий цилиндр на ось y:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}N_{13}+\frac{\sqrt{3}}{2}N_{23}-mg=0\,. \tag{5}$$

1) Минимальное ускорение при $N_{12}=0$ (пропадает контакт между цилиндрами 1 и 2).

Из (2)

$$N_{13}=4ma\,. \tag{6}$$

Из (3)

$$N_{23}=2ma\,. \tag{7}$$

Подставляя (6) и (7) в (5), получим:

$$a=\frac{g}{3\sqrt{3}}\,. \tag{8}$$

2) Максимальное ускорение при $N_{23}=0$ (пропадает контакт между цилиндрами 2 и 3).

Из (3)

$$N_{12}=ma\,. \tag{9}$$

Тогда из (2)

$$N_{13}=2ma\,, \tag{10}$$

а из (5)

$$N_{13}=\frac{2mg}{\sqrt{3}}\,. \tag{11}$$

Откуда, приравнивая (10) и (11), получим максимальное ускорение:

$$a=\frac{g}{\sqrt{3}}\,.$$

Заключение. В работе приведены решения четырех задач, для решения которых целесообразно использовать неинерциальные системы отсчета. При этом использование инерциальных систем отсчета для решения этих задач приводит к более громоздким решениям. Список таких задач может быть еще значительно увеличен. Отметим также, что при использовании неинерциальных систем отсчета многие задачи динамики при решении переходят в задачи статики.

Список литературы

1. Жирнов Н.И. Классическая механика. М.: Просвещение,1980. – 303 с.

2. Ольховский И.И. Курс теоретической механики для физиков. – М.: Изд. МГУ, 1974.

3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. – М: Наука, 1973. – 208 с.

4. Айзерман М.А. Классическая механика. – М., 1974.

5. Голдстейн Г. Классическая механика. – М., 1975.

6. Добронравов В.В., Никитин Н. Н. Курс теоретической механики. М.: Высш. школа, 1983. – 575 с.

7. Савельев И.В. Курс общей физики. Учебное пособие для втузов. В 5 книгах..М. Астрель/ АСТ 2003г.

8. Грабовский Р.И. Курс физики: Учебник для вузов. Изд. 6-е. - 608 с. {Учебники для вузов: Специальная литература}, СПб: Лань, 2002г.

9. Иродов И.Е. Основные законы механики. 246 с. – М.: Высшая школа, 1978.

10. Морин, Дэвид (2008). Введение в классическую механику: с проблемами и решениями (1-е изд.). Кембридж: Издательство Кембриджского университета. ISBN 978-0-521-87622-3.

11. О'Доннелл, Питер Дж. (2015). Существенная динамика и относительность. CRC Press. ISBN 978-1-4665-8839-4.

12. Трофимова Т.И., Павлова З.Г. Сборник задач по курсу физики с решениями: Учебное пособие для вузов. Изд. 2-е, испр./ 3-е - 591 с. М: Высшая Школа, 2002 г.

13. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики для студентов технических вузов Изд. доп., перераб. – 327 с. {Специалист} СПб: СпецЛит, 2002 г.

14. Иродов И.Е. Задачи по общей физике. – М. – СПб:: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 432 с.

15. Белонучкин В.Е., Заикин Д.А., Кингсеп А.С. и др. Задачи по общей физике, 336 с., М: Физматлит, 2001г.

16. Арсентьев В.В., Кирпиченков В.Я., Князев С.Ю. и др. Курс физики: Учебник для вузов: В 2-х томах (под ред. Лозовского В.Н.) Изд. 2-е, испр. – 1168 с. {Учебники для вузов: Специальная литература} СПб: Лань, 2001 г.

17. Савченко Н.Е. Решение задач по физике: Учебное пособие Изд. 4-е, испр. – 479с. Мин.: Вышэйшая школа, 2002 г.

18. Спивак-Лавров И.Ф., Курманбай М.С., Сарсембаев Б.О. Решения олимпиадных задач по физике 2019-2020. – Актобе: «А-Полиграфия», 2020. – 135 с.

References

1. Zhirnov N.I. Classical mechanics. M.: Education, 1980. – 303 p.

2. Olkhovsky I.I. Course in theoretical mechanics for physicists. – M.: Publishing house. Moscow State University, 1974.

3. Landau L. D., Lifshits E. M. Mechanics. – M: Nauka, 1973. – 208 p.

4. Aizerman M.A. Classical mechanics. – M., 1974.

5. Goldstein G. Classical mechanics. – M., 1975.

6. Dobronravov V.V., Nikitin N.N. Course of theoretical mechanics. M.: Higher. school, 1983. – 575 p.

7. Savelyev I.V. General physics course. Textbook for colleges. In 5 books..M. Astrel/AST 2003

8. Grabovsky R.I. Physics course: Textbook for universities. Ed. 6th. - 608 p. {Textbooks for universities: Special literature}, St. Petersburg: Lan, 2002.

9. Irodov I.E. Basic laws of mechanics. 246 pp. – M.: Higher School, 1978.

10. Morin, David (2008). Introduction to classical mechanics: with problems and solutions (1st ed.). Cambridge: Cambridge University Press. ISBN 978-0-521-87622-3.

11. O'Donnell, Peter J. (2015). Essential dynamics and relativity. CRC Press. ISBN 978-1-4665-8839-4.

12. Trofimova T.I., Pavlova Z.G. Collection of problems for a physics course with solutions: Textbook for universities. Ed. 2nd, corrected / 3rd - 591 p. M: Higher School, 2002

13. Volkenshtein V.S. Collection of problems on the general course of physics for students of technical universities Ed. additional, reworked – 327 p. {Specialist} St. Petersburg: SpetsLit, 2002

14. Irodov I.E. Problems in general physics. – M. – St. Petersburg:: FIZMATLIT, 2001. – 432 p.

15. Belonuchkin V.E., Zaikin D.A., Kingsep A.S. and others. Problems in general physics, 336 pp., M: Fizmatlit, 2001.

16. Arsentiev V.V., Kirpichenkov V.Ya., Knyazev S.Yu. and others. Physics course: Textbook for universities: In 2 volumes (edited by V.N. Lozovsky) Ed. 2nd, rev. – 1168 p. {Textbooks for universities: Special literature} St. Petersburg: Lan, 2001.

17. Savchenko N.E. Solving problems in physics: Textbook Ed. 4th, rev. – 479s. Min.: Higher School, 2002.

18. Spivak-Lavrov I.F., Kurmanbay M.S., Sarsembayev B.O. Solutions to Olympiad problems in physics 2019-2020. – Aktobe: “A-Poligraphy”, 2020. – 135 p.

МЕХАНИКА ЕСЕПТЕРІН ШЕШУДЕ ИНЕРЦИАЛДЫҚ ЕМЕС САНАҚ ЖҮЙЕЛЕРІН ҚОЛДАНУ

И.Ф. СПИВАК-ЛАВРОВ*, Ж.Н. КАРМАШЕВА, А.Е. СҰЛТАНОВА

Қ. Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті, Ақтөбе, Қазақстан

*e-mail: spivakif@rambler.ru

Аңдатпа. Әдетте физикалық есептерді шешуде инерциялды санақ жүйелері (ИСЖ) қолданылады. ИСЖ - бұл Ньютонның бірінші заңы орындалатын санақ жүйесі. ИСЖ-де Ньютонның екінші және үшінші заңдары да орындалады. Жұмыста қарапайым физиканың бірқатар міндеттері қарастырылған, оларды шешу кезінде инерциялды емес санақ жүйесін (ИЕСЖ) пайдалану ыңғайлы. Бұл жағдайда инерция күштері деп аталатын механикалық жүйеге әсерін ескеру қажет. Осындай есептердің егжей-тегжейлі шешімдері келтірілген. Есептерді шешу кезінде қолданатын кез-келген нақты санақ жүйелері белгілі бір дәрежеде инерциялды емес екендігі көрсетілген. Сайып келгенде, олардың инерциялды еместігін есепке алу мәселесі есепті шешудің талап ететін дәлдігіне байланысты. Жұмыста төрт есептің шешімдері ұсынылған, оларды шешу үшін инерциялық емес санақ жүйелерді қолданған жөн. Сонымен қатар, бұл есептерді шешу үшін инерциялық санақ жүйелерді пайдалану қиынырақ шешімдерге әкеледі. Мұндай міндеттердің тізімін айтарлықтай көбейтуге болады. Сондай-ақ, инерциялық емес санақ жүйелерді пайдаланған кезде динамиканың көптеген есептерін шешкен кезде статика есептеріне айналады

Түйін сөздер: Ньютон заңдары, инерциялды санақ жүйелері, инерциялды емес санақ жүйелері, инерция күштері.

USING NON-INERTIAL REFERENCE SYSTEMS WHEN SOLVING MECHANICAL PROBLEMS

I.F. SPIVAK-LAVROV*, Zh.N. KARMASHEVA, A.E. SULTANOVA
K. Zhubanov Aktobe Regional University, Aktobe, Kazakhstan
*e-mail: spivakif@rambler.ru

Abstract. Typically, when solving physical problems, inertial reference frames (IRF) are used. IRF are reference systems in which Newton's first law is satisfied. It is in IRF that Newton's second and third laws are also satisfied. The work considers a number of problems of elementary physics, in solving which it is convenient to use non-inertial reference systems (NIRF). In this case, it is necessary to take into account the effect on the mechanical system of the so-called inertial forces. Detailed solutions to such problems are provided. It is shown that any real reference systems that we use when solving problems are, to one degree or another, non-inertial. Ultimately, the issue of taking into account their non-inertiality depends on the required accuracy of solving the problem. The paper presents solutions to four problems, for the solution of which it is advisable to use non-inertial reference systems. Moreover, the use of inertial reference systems to solve these problems leads to more cumbersome solutions. The list of such tasks can be significantly increased. We also note that when using non-inertial reference systems, many problems of dynamics, when solved, turn into problems of statics.

Key words: Newton's laws, inertial reference systems, non-inertial reference systems, inertial forces.