6. 20 қыркүйек пен 20 қараша күні сағат 20-да аспан түрін анықтау. Соңғы екі айда аспан түрінің өзгеруін сипаттау.

7. Картаны қолдана отырып 20 қыркүйек, 20 желтоқсан, 20 маусым күндерінің ұзақтығын анықтау [4].

Қорытындылай келе, жоғары айтылғандарды, тәжірибелерді, жаттығуларды мұғалім сабақ барысында дұрыс қолдана білсе, оқушылардың сфералық астрономия бөлімінен білім деңгейлері артып, астрономияға деген қызығушылықтары артады деп сенемін.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. Ағатаев А, Ағатаева Б. Астрономиялық қайсар педагогикасының негіздері жайында // Физика және Астрономия. -2007. - №2. - 39-41 беттер.
2. Ағатаев А, Ағатаева Б. «Астрономия негіздері» пәні мазмұны мәселелері жайында // Математика және Физика. – 2002. - №6. - 30-31 беттер.
3. Өмеева Х. Оқушылардың астрономияға қызығушылығын арттыру // Физика және астрономия. – 2006. - №4. - 26-27 беттер.
4. ДагаевМ.М. Сборник задач по астрономии.–М.:Просвещение.1980, 128с.

ҒТАМР 27.01.45

ФИБОНАЧЧИ САНДАРЫНЫҢ ҚАСИЕТТЕРІН ОЛИМПИАДА ЕСЕПТЕРІН ШЫҒАРУДА ПАЙДАЛАНУ

А.Т. УТЕГЕНОВА
М.Өтемісов атындағы Батыс Қазақстан мемлекеттік университеті, Орал қаласы, Қазақстан

Аңдатпа. Математика қазіргі білім жүйесіндегі негізгі орындардың бірін алып тұр, бұл осы облыстағы білімдердің құндылығын білдіреді, себебі математика бізді қоршаған ортаны зерттеуге қажетті белгілі бір ойлау формаларының қалыптасуына, оларға ғылыми тұрғыдан түсінуге көмектеседі.

Сондықтан өнегелі тәрбие алуға, білім сапасын көтеруге байланысты білім саласында жоспарлы түрде белгілі бір іс – шаралар, әр түрлі жарыстар өтіп тұратындығы белгілі, соның бірі – жыл сайын өтіп тұратын кезеңдік олимпиадалар. Математикада есеп шығаруға ерекше мән беретіндігін білеміз, сондықтан олимпиада барысында оқушылардың орындаған жұмысы көбінесе олардың есептерді шығаруға қаншалықты төселгендігі арқылы бағаланады. Ал есеп болса сан қилы, оның белгілі бір жолы, қалыптасқан формуласы әр уақытта бола бермейді, ендеше оқушының мақсаты есеп қиын не оңай болсын оны шығарудың дұрыс жолын жаңылмай таңдай білуінде. Мұндай ерекше оқушылардың әрі қарай тапқырлығын дамыту үшін оларды тек оқулықпен шектемей, қосымша әдебиет пен кезекті басылым беттерінде кездесетін қызықты, конкурстық, стандарт емес олимпиадалық есептерді талдап шығаруға әрқашан бағыт – бағдар беріп отыру керек.

Түйін сөздер: Фибоначчи сандары, Фибоначчи сандарының қасиеттері, сандық тізбек, бүтін сандар, рекуренттік тізбек, математикалық индукция әдісі, олимпиадалық тапсырма.

Аннотация. Математика занимает одно из основных мест в современной системе образования, что означает ценность знаний в этой области, так как математика помогает сформулировать определенные формы мышления, необходимые для изучения окружающей среды, понимать с научной точки зрения их. Современный уровень развития технического прогресса требует целенаправленных усилий по развитию интересов учащихся общеобразовательной школы в области естественно-математических наук. Одним из наиболее значимых средств формирования такого интереса у школьников является подготовка и проведение математических олимпиад. Предметные олимпиады способствуют углублению и расширению знаний по предмету. Их популярность свидетельствует о том интересе, который вызывают у учащихся математические соревнования. Большое значение, на наш взгляд, имеет не только само участие в олимпиаде, но и подготовка к ней. Методично проводимая подготовительная работа способствует развитию познавательного интереса к математике.

Ключевые слова: числа фибоначчи, свойства чисел фибоначчи, целые числа, рекуррентная последовательность, метод математической индукции, олимпиадные задачи.

Annotation. Mathematics occupies one of the main places in the modern education system, which means the value of knowledge in this area, as mathematics helps to formulate certain forms of thinking necessary for the study of the environment, to understand them from a scientific point of view.

The current level of technological progress requires focused efforts to develop the interests of students of secondary schools in the field of natural and mathematical Sciences. One of the most significant means of forming such interest among schoolchildren is the preparation and conduct of mathematical Olympiads. Subject Olympiads contribute to the deepening and expansion of knowledge on the subject. Their popularity testifies to the interest that students have in mathematical competitions. Of great importance, in our opinion, is not only the participation in the Olympics, but also the preparation for it. Methodically conducted preparatory work contributes to the development of cognitive interest in mathematics.

Key words: Fibonacci numbers, properties of Fibonacci numbers, integers, recurrent sequence, mathematical induction method, Olympiad problems.

Егеменді елдің ертеңі оның білімінің тереңдігімен өлшенеді. Қазір — ғылым мен білімнің, техниканың дамыған кезеңі. Сондықтан да қазіргі қоғам әр оқушының сапалы терең білім алуын, жаңаша ойлау қабілетінің жоғары болуын талап етеді. Осы мақсатта әрбір оқушы үшін өткізілетін әр деңгейдегі пәндік олимпиадалардың маңызы зор.

Олимпиадалық есептердің басты ерекшелігі оның тұжырымы мен шығару жолы мектеп бағдарламасы шеңберінен шықпайтыны және бұл есептерді шығару әдістері оқушыларды біртіндеп жоғары математиканың ұғымдары мен әдістеріне бейімдейтіндігінде. Олимпиадаға қатысушыларға мектеп оқушысы үшін ерекше болып табылатын сұрақтар ұсынылады. Мұндай жағдайларда берілген тапсырманы орындауда дайын формуланы пайдалану мүмкін емес және қатысушыға өз бетімен жол тауып, есеп шешімін құруға тура келеді. [1]

Оқушылардың пәнге қызығушылығын оятатын, олардың математикалық ой-өрісінің, шығармашылық қабілетінің дамуына дәнекер болатын қосымша тақырыптар көп әсерін тигізеді. Атап айтқанда, олимпиаданың дайындық курсына оқушыларды ерекше ұғымдармен таныстыру және қызықтыру үшін «Фибоначчи сандары және оның қасиеттері» тақырыбын енгізу керек.

Әйгілі «қояндар» жайлы есептен пайда болған жеті жүз елу жылдық тарихы бар Фибоначчи сандары қазіргі күнге дейін элементарлық математиканың қызықты бөлімдерінің бірі болып табылады. Ғалымдар Фибоначчи саны мен алтын қима теориясын белсенді түрде дамытты. Ю. Матиясевич Фибоначчи сандарын қолданып Гильберттің оныншы мәселесін шешті. Фибоначчи сандарын, алтын қиманы қолдана отырып бірнеше кибернетикалық есептерді (іздеу теориясы, ойындар, бағдарламалау) шешудің әсем әдістері пайда болды. Бұған ең сенімді дәлел ретінде 1963 жылдан бастап АҚШ-та шығарылатын **«The Fibonacci Quarterly»** журналы. [2]

Бұл тақырыптың мектеп курсында өзектілігін түсіну үшін өте қарапайым, сонымен қатар табиғатта және жалпы әлемде көптеген мысалдар табылды. Демек, Фибоначчи саны математика сияқты күрделі пәнге деген сүйіспеншілікке бөлей алады. Аталған тақырыпты олимпиадаға дайындық кезінде өткізу математика ілімдерін тереңірек үйретуге мүмкіндік береді. Оқушылардың ой-өрісін, олардың танымдық қызығушылықтары мен бейімділігін кеңейтуге, қоршаған ортаның сұлулығын көрсетуге көмектеседі. Қолданбалы міндеттерді шеше отырып, оқушылар білімді практикада қолдануды үйренеді және оның қызмет саласына қарамастан, әрбір адамның математикалық білім алу қажеттілігіне көз жеткізеді.

Математиканы үйренуді басқа пәндермен, атап айтқанда тарихпен, ұштастыра отырып, математиканың дамуына практиканың қандай әсері мен ықпалы тиетінін атап көрсете отырып, біз сонымен оқушыларда диалектикалық ойлау қабілетінің дамуына және оларда дүниетаным көзқарасының қалыптасуына жәрдемдесетін, олардың ақыл-ойының өсіп жетілу процесіне, оқу материалын саналы түрде игеруіне көмектесетін боламыз. Математиканың олимпиадалық курсын осылайша тереңірек ұғынып игеру, әрине, оқушылардың пәнге деген ынтасын арттыра түсетіні сөзсіз. Фибоначчи сандары және оның қасиеттері тақырыбын бастағанда да осы тарихи мәліметтерге тоқталудың маңызы зор. Мысал ретінде, курста қарастырылатын тарихи мәліметке тоқталатын болсақ:

1202 жылы орта ғасыр дәуірінің ең ірі еуропалық математигі Леонардо Пизалық (Фибоначчи есімді лақап атымен көбірек танымал– Боначчи ұлы) атақты «Абақ туралы кітабы» жарық көрді (Абақ – есеп тақтасы.). 459 беттен тұратын бұл көлемді еңбек сол кездегі математикалық білімнің нағыз энциклопедиясына айналды және келесі бірнеше жүзжылдықтарда математиканың Батыс Еуропада дамуында үлкен рөл атқарды. "Liber abaci" немесе арифметика бойынша трактат (дәл осылай атауына болады, өйткені Леонардо «абаком» деп санақ тақтасын емес, арифметиканы түсінді) арифметикалық және алгебралық мәліметтердің толық қамтылу және баяндалу тереңдігімен ерекшеленді. Бұл кітапта сандар мен оларға қолданылатын амалдар туралы ғана емес, сонымен қатар теңдеулерді шешу жөніндегі есептерге байланысты алгебраға да түсінік берілді.

Автор кітапта символдар мен формулаларды баяндап қана қоймай, есептер мен мысалдарды түсіндірмелерімен немесе пайдалы түсініктемелерімен қоса жазған. Негізінен кітап оқырмандардың кең тобына: көпестерге, есеп жүргізушілерге, сатушыларға, шенеуніктерге және т. б. арналған болуы керек. Алайда, "Liber abaci" деп аталатын туынды көптеген адамдар үшін қиын болды, сондықтан 1228 жылы Леонардо Пизалық кітаптың жетілдірілген басылымын ұсынды. Пизанский ұсынған трактат еуропалық ғалымдардың Үнді және араб математиктерінің алгебра мен сандар теориясын зерттеуінде одан әрі дамуына елеулі әсер етті. Бұл кітапта арифметика және алгебра бойынша негізгі мағлұматтарды қамтиды, яғни кейіннен Фибоначчи сандары аталып кеткен сандық тізбектердің қасиеттері қамтылған. [3]

Фибоначчи сандарының шығу тарихы бір жылда бір жұптан қанша жұп үй қояны туады есебімен байланысты. Өзінің «Абақ туралы кітабында» мынадай есепті қарастырды (үй қояндарының көбеюі туралы.):

Егер әрбір жұп қоян ай сайын бір жұп көжектен туатын болса және кейінгі жұп бір ай өткен соң өзі де осылай өсіп өнсе, оның үстіне бірде –бір көжек шығынсыз болса, онда бір жылда бастапқы бір жұп қояннан қанша қоян өсіп өнетінін табу керектігі талап етіледі.
Осы есепті шығарылу барысында Фибоначчи сандарының тізбегін аламыз.

$$u_1, u_2, u_3, \dots, u_n \qquad (1)$$

(1) түріндегі тізбек Фибоначчи қатары деп аталады. Бұл қатарға

$$u_1 = 1, u_2 = 1 \qquad (2)$$

шарт қойылады да,

$$u_{n+2} = u_{n+1} + u_n \qquad (3)$$

Фибоначчи сандарының n - ші мүшесін табудың рекурентті формуласы ұсынылады.

Фибоначчи қатары деп бірінші және екінші мүшелерінің әрқайсысы 1-ге тең, ал 3- інші мүшесінен бастап әрбір мүшесі алдынғы екі мүшесінің қосындысына тең болатын сандарды айтамыз.

1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233,377,610,987,1597,...,

Фибоначчидің ғылым тарихында із қалдыруға осы есептің өзі жеткілікті болар еді. Ғалымның есімі осы есепке байланысты бүгінде көп айтылады.

Математиктер үшін бұл ең алдымен рекурренттік тізбектің классикалық мысалы болып табылады.Оқушыларға дайындық кезінде жүйелі түрде бір бағытты үйрету керек. Мысалға фибоначчи сандарының қасиеттерін математикалық индукция әдісі арқылы дәлелдеуді үйретсек, онда оқушылардың есеп шығаруда меңгеру сапасы артатыны сөзсіз.

№1. Фибоначчи сандарының 6 қасиеті:

$u_{n+m}= u_{n-1} \cdot u_m + u_n \cdot u_{m+1}$ (4)

Дәлелдеуі: (математикалық индукция әдісін қолданайық)

1) m=1 және m=2 болса, онда

m = 1 ⇨ $u_{n+1} = u_{n-1} \cdot u_1 + u_n \cdot u_2$, мұндағы, $u_1 = u_2 = 1$

$u_{n+1} = u_{n-1} + u_n$

m = 2 ⇨ $u_{n+2} = u_{n-1} \cdot u_2 + u_n \cdot u_3 = u_{n-1} \cdot u_2 + u_n \cdot (u_2 + u_1) =$

$= u_{n-1} \cdot u_2 + u_n \cdot u_2 + u_n \cdot u_1$

Мұнда, $u_1 = u_2 = 1$ болғандықтан,

$u_{n-1} \cdot u_2 + u_n \cdot u_2 + u_n \cdot u_1 = u_{n-1} + u_n + u_n = (u_{n-1} + u_n) + u_n = u_{n+1} + u_n$

2) m=k және m=k+1, болғанда формуланы дұрыс деп ұйғарайық, яғни

$u_{n+k}= u_{n-1} \cdot u_k + u_n \cdot u_{k+1}$ және $u_{n+k+1}= u_{n-1} \cdot u_{k+1} + u_n \cdot u_{k+1}$

3) Енді m =k+2, болғанда формуланың дұрыстығын көрсетейік.

$u_{n+k+2} = u_{n-1} \cdot u_{k+2} + u_n \cdot u_{k+3}$

$u_{n+k+2} = u_{n+k+1} + u_{n+k} = (u_{n-1} \cdot u_{k+1} + u_n \cdot u_{k+1}) + (u_{n-1} \cdot u_k + u_n \cdot\cdot u_{k+1}) =$
$= (u_{n-1} \cdot u_{k+1} + u_{n-1} \cdot u_k) + (u_n \cdot u_{k+2} + u_n \cdot u_{k+1}) = u_{n-1} \cdot (u_{k+1} + u_k) + u_n \cdot (u_{k+2} + u_{k+1}) = u_{n-1} \cdot u_{k+2} + u_n \cdot u_{k+3}$

№2. Фибоначчи сандарының 9 – қасиеті.

$u_n^2= u_{n+1} \cdot u_{n-1} + (-1)^{n+1}$ (5)

Дәлелдеуі: (математикалық индукция әдісін қолданайық)

1) n = 2 ⇨ $u_2^2= u_3 \cdot u_1 + (-1)^3 = u_3 \cdot u_1 - 1$,

мұнда, $u_1 = u_2 = 1$, демек , $u_3 = 2$

2) n=k болғанда формуланы дұрыс деп ұйғарайық, яғни

$u_k^2= u_{k+1} \cdot u_{k-1} + (-1)^{k+1}$

3) Енді n =k+1, болғанда $u_{k+1}^2= u_{k+2} \cdot u_k + (-1)^{k+2}$ дұрыстығын көрсетейік.

Алдымен, $u_k^2= u_{k+1} \cdot u_{k-1} + (-1)^{k+1}$ теңдігінің екі жағына $u_{k+1} \cdot u_k$ қосып түрлендірейік.

$u_k^2 + u_{k+1} \cdot u_k = u_{k+1} \cdot u_{k-1} + u_{k+1} \cdot u_k + (-1)^{k+1}$

$u_k \cdot (u_k + u_{k+1}) = u_{k+1} \cdot (u_{k-1} + u_k) + (-1)^{k+1}$

$u_k \cdot u_{k+2} = u_{k+1} \cdot u_{k+1} + (-1)^{k+1}$

$u_k \cdot u_{k+2} = u_{k+1}^2 + (-1)^{k+1}$

$u_{k+1}^2 = u_k \cdot u_{k+2} - (-1)^{k+1}$

$u_{k+1}^2 = u_{k+2} \cdot u_k + (-1) \cdot (-1)^{k+1}$

$u_{k+1}^2 = u_{k+2} \cdot u_k + (-1)^{k+2}$ [4]

№3. Фибоначчи сандарының теориялық-сандық қасиеті:

Теорема. Егер n⁝m-ға бөлінсе, онда $u_n -$ да u_m –ға бөлінеді.

Дәлелдеуі:

n = m · k , k арқылы математикалық индукциямен дәлелдейік.

1) Егер k = 1 болса, онда n=m. Демек, $u_n \vdots u_m$ –ға бөлінеді.

2) $u_{mk} \vdots u_m$ –ға бөлінеді деп ұйғарайық.

3) $u_{m(k+1)} = u_{mk+m}$

$u_{n+m} = u_{n-1} \cdot u_m + u_n \cdot u_{m+1}$ (1) формуласы арқылы

$u_{mk+m} = u_{mk-1} \cdot u_m + u_{mk} \cdot u_{m+1}$

Қосындыдағы әрбір қосылғыш $u_m -$ ға бөлінеді. Теорема толығымен дәлелденді.

Осы теореманың орындалуын тексерейік.

Мысал: n=18 болса, m 1,2,3,6,9,18 сандары бола алады. Олай болса Фибоначии қатарының 18 мүшесі 1,2,3,6,9,18 мүшелеріне қалдықсыз бөліну керек:

$u_{18} : \mathrm{u}_1 = 2'584 : 1 = 2'584$

$u_{18} : \mathrm{u}_2 = 2'584 : 1 = 2'584$

$u_{18} : \mathrm{u}_3 = 2'584 : 2 = 1'292$

$u_{18} : \mathrm{u}_6 = 2'584 : 8 = 323$

$u_{18} : \mathrm{u}_9 = 2'584 : 34 = 76$

$u_{18} : \mathrm{u}_{18} = 2'584 : 2'584 = 1$ [5]

Осы қасиеттерді пайдаланып математикадан облыстық, республикалық, халықаралық олимпиадаларда келген есептердің шешімдерін қарастырайық:

№4. (Фибоначчи тізбегі) $\{u_n\}$ тізбегі $u_1 = u_2 = 1,$ $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$ рекуррент формуласымен берілген. n-ші мүшесінің формуласын жаз.

Шешуі:

Егер $u_1 = u_2 = 1$, $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$ рекуррент формуласымен берілсін.

Берілген рекуренттік қатынастан $u_{n+1} - \lambda u_{n+1} = \mu(u_{n+1} - \lambda u_n)$ болатындай λ, μ сандарын таңдап алайық.

λ, μ сандарын $\begin{cases}\lambda + \mu = 1\\ \lambda \cdot \mu = -1\end{cases}$ жүйесінен тауып алуға болады.

Бұдан, λ = $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$; $\mu = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ немесе $\mu = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$; λ = $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ деп шығады.

Осылайша берілген рекурренттік қатынастан

$$u_{n+1} - \frac{1+\sqrt{5}}{2}u_{n+1} = \frac{1-\sqrt{5}}{2}\left(u_{n+1} - \frac{1+\sqrt{5}}{2}u_n\right) = \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2\left(u_n - \frac{1+\sqrt{5}}{2}u_{n-1}\right) = \dots =$$

$$\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n \cdot \left(u_2 - \frac{1+\sqrt{5}}{2}u_1\right) = \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}$$ деп шығатындықтан,

$u_n - \frac{1+\sqrt{5}}{2}u_{n-1} = \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}$ (1) болады.

Және де берілген рекуренттік қатынастан

$$u_n - \frac{1+\sqrt{5}}{2}u_{n-1} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}\left(u_{n+1} - \frac{1-\sqrt{5}}{2}u_n\right) = \dots = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n \cdot \left(u_2 - \frac{1-\sqrt{5}}{2}u_1\right) = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}$$

деп шығатындықтан,

$u_n - \frac{1-\sqrt{5}}{2}u_{n-1} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}$ (2)

Енді (1) теңдігінің екі жағын - $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ санымен (2) теңдігінің екі жағын $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ санымен көбейтіп қосамыз.

$\frac{1-\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ = -1 болатынын ескерсек, $\sqrt{5}u_n = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$ немесе

$u_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right)$ болады.

Бұл формуланы Бине формуласы деп атайды.

Жауабы: $u_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right)$

№5.Фибоначчи тізбегі $F_0 = F_1 = 1,\ F_{k+2} = F_{k+1} + F_k$ рекуррент формуласымен берілген. Математикалық индукция арқылы $\sum_{k=0}^{n} F_k = F_{n+2} - 1$ дәлелдеңіз.

Мұндағы $n \geq 0$.

Дәлелдеуі:

1) n = 0 ⇨ $F_0 = F_1 = 1,\ F_2 = F_1 + F_0 = 1 + 1 = 2$

Онда , $\sum_{k=0}^{n} F_k = F_{n+2} - 1,\ F_0 = F_2 - 1 = 2 - 1 =$

2) n=p болғанда формуланы дұрыс деп ұйғарайық, яғни $\sum_{k=0}^{n} F_k = F_{p+2} - 1$

3) Енді n =p+1, болғанда $\sum_{k=0}^{p+1} F_k = F_{p+3} - 1$ дұрыстығын көрсетейік.

$\sum_{k=0}^{p+1} F_k = \sum_{k=0}^{p} F_k + F_{p+1}$

$F_{p+3} = F_{p+2} + F_{p+1}$

$F_{p+3} - 1 = F_{p+2} + F_{p+1} - 1$

Бұдан шығатыны, $\sum_{k=0}^{p} F_k + F_{p+1} = F_{p+2} + F_{p+1} - 1$

Теңдіктің екі жағынан да F_{p+1} − ді азайтсақ,

$\sum_{k=0}^{p} F_k = F_{p+2} - 1$ теңдігін аламыз.

№6. $\{F_n\}$фибоначчи сандары ctg(arcctgF_{2n} - arcctgF_{2n+2}) = arcctgF_{2n+1} теңдігін қанағаттандыратынын дәлелдеңіз. Осыдан төмендегідей теңдікті алыңыз:

arcctg 2 + *arcctg* 5 + *arcctg* 13 +...+ *arcctg* F_{2n+1} +...= $\frac{\pi}{4}$.

Дәлелдеуі:

Екі бұрыштың айырымының котангенсінің формуласы арқылы дәлелденеді:

ctg(arcctgF_{2n} - arcctgF_{2n+2}) $= \frac{F_{2n}F_{2n+2}+1}{F_{2n+2}-F_{2n}} = F_{2n+1}$.

Осы теңдікті 1-ден ∞-ке дейінгі қосындысын табатын болсақ,

arcctg 2 + *arcctg* 5 + *arcctg* 13 +...+ *arcctg* F_{2n+1} +...= $arcctg\ 1 = \frac{\pi}{4}$.

Осындай қызықты есептерді шығару оқушыларды логикалық дамуға, практикалық икемділікке баулуға септігін тигізеді, өз бетінше жұмыс істей алуға, қиындықты жеңе білуге дағдыланады.

Мақалада баяндалған мәселелерді ескере отырып, «Фибоначчи сандары және оның қасиеттері» тақырыбын олимпиадаға дайындық курстарында жүргізудің осы кезеңде өзектілігі жоғары және аталмыш тақырып мектеп оқушыларына үлкен қызығушылық тудыра алатыныны сөзсіз. [5]

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1 Баймұхашева Л.Қ. Математикалық индукция және теңсіздіктерді дәлелдеу. *URL: https://infourok.ru/material.html?mid=24006 (01.10.2019)*

2 Мартин Гарднер. Математические новеллы / Г.Мартин.-Москва «Мир», 1974г.- 456б

3 Көбесов А. Математика тарихы / А.Көбесов.- Алматы «Қазақ университеті, 1993ж.- 237б

4 Воробьев Н.Н. Числа Фибоноччи/ Н.Воробьев.- Москва «Наука», 1978г.- 142б.

5 И.И.Ильясов, А.Т.Утегенова. Фибоначчи сандары және оның қасиеттері // «Математикалық білім: жағдайы, мәселелері, болашағы» атты халықаралық ғылыми – практикалық конференция материалдары. – Ақтөбе, 2019. – Б.66-71.