

МРНТИ 29.35.37; 29.35.39

КРАЕВОЕ ПОЛЕ ДЕФЛЕКТОРНЫХ ПЛАСТИН С ДВУМЯ ЗАЗЕМЛЕННЫМИ ЭКРАНАМИ

И.Ф. СПИВАК-ЛАВРОВ, Д.Б. АЛИТУРЛИЕВА, С.У. ШАРИПОВ

Актыбинский региональный университет им. К. Жубанова, Актобе, Казахстан

Андатпа. Дефлекторлы пластиналар - бұл электрондық шоқтарды басқару үшін қолданылатын екі параллель өткізгіш пластиналардан тұрады. Жерге тұйықталған екі экраны бар дефлекторлы пластиналардың екі өлшемді шеттік өрістері қарастырылады. Комплекс айнымалы функциялар теориясының көмегімен осындай жүйенің потенциалы үшін аналитикалық теңдеу алынды. Жерге тұйықталған экрандардың болуы пластиналардың шеткі аймақтарында шеттік өрісті оқшаулауға әкелетіні көрсетілген, олардың сипаттамалық өлшемдері пластиналар арасындағы d қашықтық шамасындай. Потенциалдар үшін алынған өрнектер шеттік өрістерінің бір-біріне әсерін ескереді және пластиналардың ұзындығын d -мен салыстыруға болатын жазық конденсатордың қасиеттерін зерттеуге мүмкіндік береді .

Түйін сөздер: дефлекторлы пластиналар, жазық конденсатор, шеттік өрістер, электрондық шоқты басқару.

Аннотация. Дефлекторные пластины представляют собой две параллельные проводящие пластины, которые используются для управления электронными пучками. Рассмотрено двумерное краевое поля дефлекторных пластин с двумя заземленными экранами. С помощью методов теории функций комплексной переменной получено аналитическое выражение для потенциала такой системы. Показано, что наличие заземленных экранов приводит к локализации краевого поля в области краев пластин, характерные размеры которых порядка расстояния между пластинами d . Полученные выражения для потенциалов учитывают влияние краевых полей друг на друга и позволяют исследовать свойства плоского конденсатора, длина пластин которого сравнима с d .

Ключевые слова: дефлекторные пластины, плоский конденсатор, краевые поля, управление электронным пучком.

Abstract. The deflector plates are two parallel conductive plates that are used to drive the electron beams. A two-dimensional edge field of deflector plates with two grounded screens is considered. Using the methods of the theory of functions of a complex variable, an analytical expression for the potential of such a system is obtained. It is shown that the presence of grounded screens leads to the localization of the edge field in the region of the edges of the plates, the characteristic dimensions of which are on the order of the distance between the plates. The obtained expressions for the potentials take into account the influence of the edge fields on each other and make it possible to study the properties of a flat capacitor, the length of the plates of which is comparable to.

Key words: deflector plates, flat capacitor, edge fields, electron beam control.

Дефлекторные пластины состоят из двух параллельных проводящих пластин, создающих отклоняющее электрическое поле. Они применяются для управления электронными пучками в электронно-лучевой литографии [1-3], в различных электронно-

лучевых приборах [4-6], а в последнее время они стали важным элементом в сканирующей электронной микроскопии UEM [7-10], где они используются для отклонения электронного луча по апертуре при сканировании образца. Во всех этих приложениях при управлении электронным пучком очень важную роль играют пространственное и временное разрешение, увеличить которое можно, учитывая влияние краевого поля рефлекторных пластин на точность отклонения электронного пучка.

Влияние краевого поля приводит к изменению скорости электронного пучка, как в поперечном, так и в продольном направлении, в результате чего нарушается пространственно-временное разрешение установки. Кроме того, электрическое поле на входе в пластины дефлектора обычно зависит от времени, поэтому необходимо проводить расчет динамических свойств электронного пучка при его отклонении.

Впервые влияние краевых полей в электромагнитных секторах было изучено в работах [11-14]. Однако, полученные в этих работах результаты сложно применить к параллельным дефлекторным пластинам, где кривизна траектории электронов не является постоянной величиной. Точные аналитические формулы для краевого поля плоского и цилиндрического конденсатора с открытыми торцами были получены в работах [15-19] с помощью методов теории функций комплексной переменной (ТФКП). В работе [19] также предложен оригинальный метод интегрирования уравнений движения, в котором в качестве независимых переменных используются электрический потенциал и силовая функция.

В работе [20] подробно исследовано краевое поле дефлекторных пластин с одним заземленным экраном. Показано, что экраны локализуют электрическое поле и подавляют неконтролируемые поля рассеяния. Однако результаты, полученные в работе [20] не учитывают влияние торцевых полей пластин друг на друга и справедливы лишь для достаточно протяженных дефлекторных пластин, для которых этим влиянием можно пренебречь. В данной работе мы рассматриваем поле дефлекторных пластин с двумя заземленными экранами, расположенными симметрично с двух сторон пластин.

Формула для потенциала

Рассмотрим двумерное дефлекторное поле плоского конденсатора с двумя экранами, схематически изображенного на рис. 1. Здесь показаны также декартовы координаты x и y . Электроды предполагаются бесконечно протяженными в направлении перпендикулярном плоскости рисунка. Зазоры между электродами считаются бесконечно узкими.

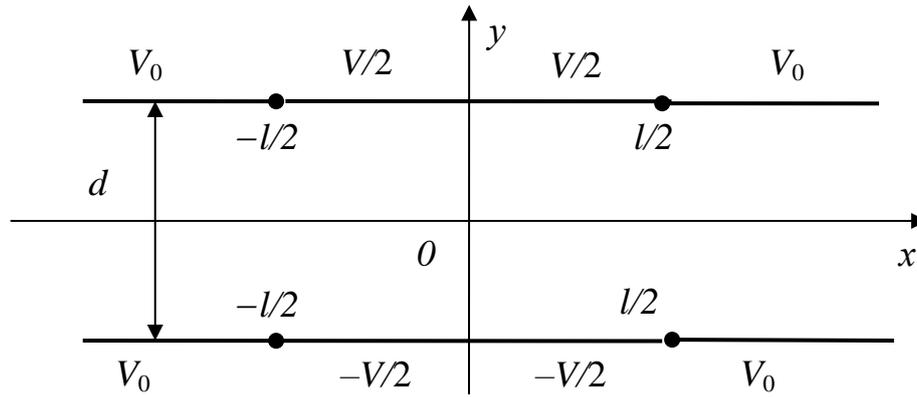


Рис. 1 – Схематическое изображение дефлекторных пластин с двумя заземленными экранами

Также как в работе [20], будем считать, что потенциал экранов $V_0 = 0$, а потенциалы полюсов $\pm V/2$, а расстояние между пластинами конденсатора равно d . Конформное преобразование, отображающее полосу в комплексной плоскости $z = x + iy$ на верхнюю полуплоскость $w = u + iv$, может быть записано в виде:

$$w = i \exp\left(-\frac{\pi z}{d}\right). \quad (1)$$

Для u и v запишем следующие выражения:

$$u \equiv u(x, y) = \exp\left(-\frac{\pi}{d}x\right) \sin\left(\frac{\pi}{d}y\right), \quad v \equiv v(x, y) = \exp\left(-\frac{\pi}{d}x\right) \cos\left(\frac{\pi}{d}y\right). \quad (2)$$

Граничная задача в w -плоскости представлена на рис. 2.

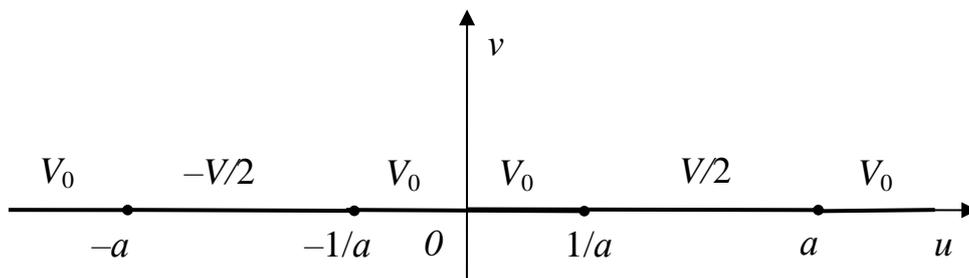


Рис. 2 – Граничная задача в w -плоскости

Здесь

$$a = \exp\left(\frac{\pi l}{2d}\right). \quad (3)$$

Для распределения потенциала получим следующее выражение:

$$\varphi(u, v) = -\frac{V}{2\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{u+a}{v} - \operatorname{arctg} \frac{u+\frac{1}{a}}{v} \right) + \frac{V}{2\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{u-\frac{1}{a}}{v} - \operatorname{arctg} \frac{u-a}{v} \right). \quad (4)$$

Используя формулу для разности арктангенсов, это выражение запишем в виде:

$$\varphi(u, v) = \frac{V}{2\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{\left(a - \frac{1}{a}\right)v}{u^2 + v^2 - u\left(a + \frac{1}{a}\right) + 1} - \operatorname{arctg} \frac{\left(a - \frac{1}{a}\right)v}{u^2 + v^2 + u\left(a + \frac{1}{a}\right) + 1} \right). \quad (5)$$

Или с учетом (2) последнюю формулу можно записать в следующем виде:

$$\varphi(x, y) = \frac{V}{2\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{\left(a^2 - 1\right) \cos \frac{\pi y}{d}}{2a \operatorname{ch} \frac{\pi x}{d} - \left(a^2 + 1\right) \sin \frac{\pi y}{d}} - \operatorname{arctg} \frac{\left(a^2 - 1\right) \cos \frac{\pi y}{d}}{2a \operatorname{ch} \frac{\pi x}{d} + \left(a^2 + 1\right) \sin \frac{\pi y}{d}} \right). \quad (6)$$

На рис. 3 приведен график потенциала $\varphi(x, y)$, вычисленного по формуле (6). Для дефлекторных пластин, у которых $\frac{l}{d} = 2$, $a = 23.14069$, $V = 1$. На графике приведены пять кривых для значений $y = y_i = 0.05, 0.15, 0.25, 0.35, 0.45d$. При расчетах нужно аккуратно вычислять арктангенсы, своевременно переходя с одной ветви арктангенса на другую, чтобы сохранить непрерывность используемых функций.

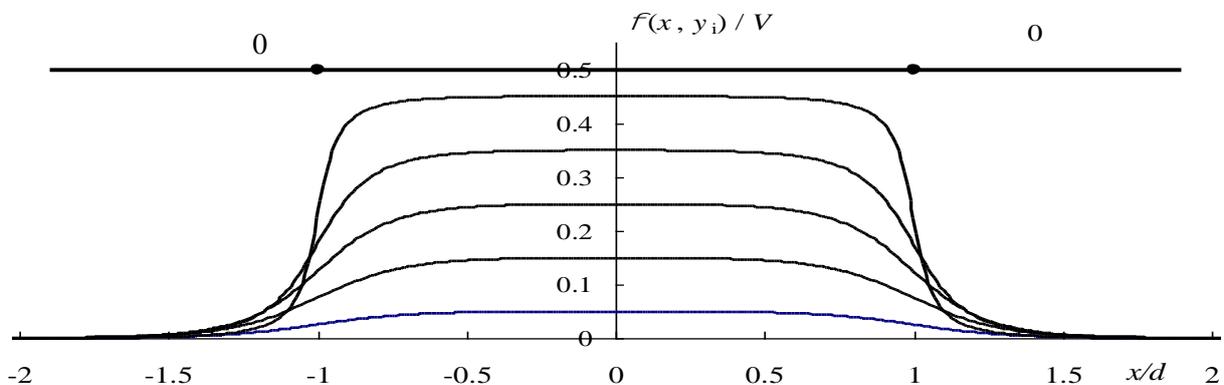


Рис. 3 – Изменение потенциала рефлекторных пластин с заземленными экранами с $\frac{l}{d} = 2$;

приведены кривые для значений $y = y_i = 0.05, 0.15, 0.25, 0.35, 0.45d$

Краевое поле

Дифференцируя (6), найдем компоненты напряженности поля:

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\frac{V}{2d} \left[\frac{2a(a^2-1)\cos\left(\frac{\pi y}{d}\right)\operatorname{sh}\left(\frac{\pi x}{d}\right)}{4a^2 \operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{d} x - 4a(a^2+1)\operatorname{ch}\left(\frac{\pi x}{d}\right)\sin\left(\frac{\pi y}{d}\right) - 2a^2 \cos \frac{2\pi}{d} y + a^4 + 1} - \frac{2a(a^2-1)\cos\left(\frac{\pi y}{d}\right)\operatorname{sh}\left(\frac{\pi x}{d}\right)}{4a^2 \operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{d} x + 4a(a^2+1)\operatorname{ch}\left(\frac{\pi x}{d}\right)\sin\left(\frac{\pi y}{d}\right) - 2a^2 \cos \frac{2\pi}{d} y + a^4 + 1} \right], \quad (7)$$

$$E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{V}{2d} \left[\frac{2a(a^2-1)\operatorname{ch}\left(\frac{\pi x}{d}\right)\sin\left(\frac{\pi y}{d}\right) - (a^4-1)}{4a^2 \operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{d} x - 4a(a^2+1)\operatorname{ch}\left(\frac{\pi x}{d}\right)\sin\left(\frac{\pi y}{d}\right) - 2a^2 \cos \frac{2\pi}{d} y + a^4 + 1} - \frac{2a(a^2-1)\operatorname{ch}\left(\frac{\pi x}{d}\right)\sin\left(\frac{\pi y}{d}\right) + a^4 - 1}{4a^2 \operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{d} x + 4a(a^2+1)\operatorname{ch}\left(\frac{\pi x}{d}\right)\sin\left(\frac{\pi y}{d}\right) - 2a^2 \cos \frac{2\pi}{d} y + a^4 + 1} \right]. \quad (8)$$

Теперь построим картину силовых линий поля, численно интегрируя дифференциальное уравнение:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{E_y}{E_x}. \quad (9)$$

картина силовых линий поля представлена на рис. 4.

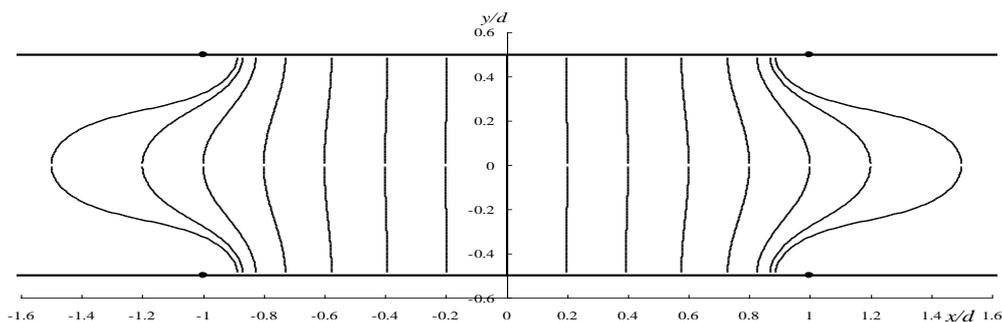


Рис. 4 – Картина силовых линий поля дефлекторных пластин с двумя заземленными

экранами с $\frac{l}{d} = 2$

Распределение заряда

Используя формулу (8) найдем распределение зарядов на пластинах при $y = \frac{d}{2}$:

$$\sigma(x) = -\varepsilon_0 E_y \left(x, \frac{d}{2} \right) = \frac{V\varepsilon_0}{d} \frac{(1-a^4)}{4a^2 \operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{d} x - (1+a^2)^2}. \quad (10)$$

График распределения поверхностной плотности заряда на верхних пластинах заземленных экранов и на положительно заряженной пластине конденсатора в единицах $\frac{V\varepsilon_0}{d}$ представлен на рис. 5. Из графика видно, что функция $\sigma(x)$ имеет разрывы при $x = \pm 1$. Эта особенность обусловлена предположением о бесконечно узких зазорах между дефлекторными пластинами и заземленными экранами. В бесконечно узком зазоре возникает электрическое поле с бесконечной напряженностью, которое и индуцирует появление бесконечных зарядов противоположного знака на экранах и дефлекторных пластинах. Однако эта особенность является интегрируемой.

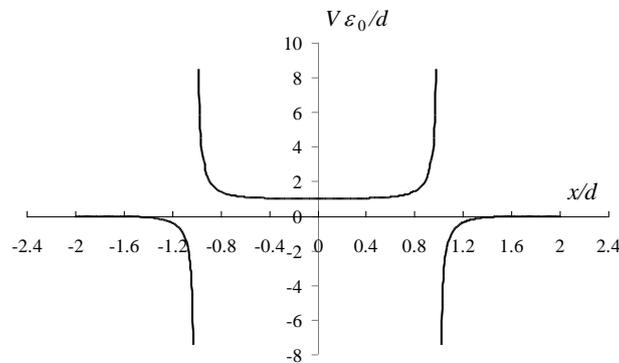


Рис. 5 – Распределение поверхностной плотности заряда на верхних пластинах заземленных экранов и конденсатора с $\frac{l}{d} = 2$

Найдем заряд на верхней пластине конденсатора, учитывая симметрию распределения поверхностной плотности заряда:

$$q = 2s \int_0^{\infty} \sigma(x) dx = \frac{2sV\varepsilon_0}{d} (1-a^4) \int_0^{\infty} \frac{dx}{4a^2 \operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{d} x - (1+a^2)^2}. \quad (11)$$

Здесь s – ширина дефлекторных пластин. Переходя к новой переменной $u = \frac{\pi}{d} x$, формулу

(11) преобразуем следующим образом:

$$q = \frac{sV\varepsilon_0(1-a^4)}{\pi(1+a^2)} \int_0^{\infty} \left[\frac{1}{2a \operatorname{ch} u - (1+a^2)} - \frac{1}{2a \operatorname{ch} u + (1+a^2)} \right] dx. \quad (12)$$

Теперь, используя известную формулу:

$$\int_0^{\infty} \frac{du}{b \operatorname{ch} u + c} = \frac{1}{\sqrt{c^2 - b^2}} \ln \frac{c + b + \sqrt{c^2 - b^2}}{c + b - \sqrt{c^2 - b^2}}, \quad (13)$$

справедливую при $c^2 > b^2$, получим

$$q = -\frac{sV\varepsilon_0}{\pi} \left[\ln \left| \frac{-(1+a^2) + 2a + a^2 - 1}{-(1+a^2) + 2a - a^2 + 1} \right| + \ln \frac{(1+a^2) + 2a - a^2 + 1}{(1+a^2) + 2a + a^2 - 1} \right]. \quad (14)$$

Преобразуя выражение (14) и учитывая формулу (3), найдем

$$q = -\frac{\varepsilon_0 s V}{\pi} 2 \ln \frac{1}{a} = \frac{\varepsilon_0 s V}{\pi} 2 \ln a = \frac{\varepsilon_0 s l V}{d} = \frac{\varepsilon_0 S V}{d}. \quad (15)$$

Удивительно! но мы пришли к известному выражению для емкости плоского конденсатора. Таким образом, учет влияния двух краевых полей с двух концов конденсатора приводит к выражению для емкости известному нам по школьным учебникам.

В работе рассмотрено краевое поле дефлекторных пластин с двумя заземленными экранами. С помощью методов ТФКП получено аналитическое выражение для потенциала, что позволило исследовать характер краевого поля рефлекторных пластин с заземленными экранами. Показано, что использование заземленных экранов приводит к локализации краевого электрического поля вблизи края дефлекторных пластин, в области характерные размеры которой порядка расстояния между пластинами d . Локализация краевого поля уменьшает также влияние неконтролируемых полей рассеяния. Рассмотрено также распределение зарядов на дефлекторных пластинах. Получено выражения для емкости дефлекторных пластин с учетом влияния двух краевых полей с двух концов пластин. Это выражение точно совпадает с известным выражением для емкости плоского конденсатора.

Список использованной литературы

1. M. Ogasawara, H. Sunaoshii, R. Yoshikawa, Development of a fast beamblanking system, Part of the SPIE Conference on Photomask and X-Ray Mask Technolociy V, Kawasaki. Japan 1998, pp. 79-85.
2. E. Mulder, P. Kruit, Spot movement due to signal transients in multiple deflector blankers in electron beam lithography machines, Microelectron. Eng., 41 (1998) 159-162.
3. V. Auzelyte, M. Elfman, P. Kristiansson, K. Malmqvist, L. Wallman, C. Nilsson, J. Pallon, A. Shariff, M. Wegdén, The beam blanking system for microlithography at Lund Nuclear Microprobe, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B, 219 (2004) 485-489.
4. J.T.L. Thong, B. C. Breton, W. C. Nixon, High repetition rate electron beam chopping system for electron beam testing at microwave frequencies, J. Vac. Sci. Technol., B, 8 (1990) 2048.

5. D. Winkler, R. Schmitt, M. Brunner, B. Lischke, Flexible picosecond probing of integrated circuits with chopped electron beams, *IBM J. Res. Dev.*, 34 (1990) 189-203.
6. D. Winkler, R. Schmitt, M. Brunner, B. Lischke, A phase-shift technique for high-speed e-beam testing with picosecond time resolution, *Scanning*, 11 (1989) 100-103.
7. R.J. Moerland, I.G.C. Weppelman, M.W.H. Garming, P. Kruit, J.P. Hoogenboom, Time-resolved cathode luminescence microscopy with subnanosecond beam blanking for direct evaluation of the local density of states, *Opt. Express*, 24 (2016) 24760.
8. I.G.C. Weppelman, R.J. Moerland, J.P. Hoogenboom, P. Kruit, Concept and design of a beam blanker with integrated photoconductive switch for ultrafast electron microscopy, *Ultramicroscopy*, 184 (2018) 8-17.
9. W. Verhoeven, V.R. Jfm, E.R. Kieft, M. Pha, O.J. Luiten, High quality ultrafast transmission electron microscopy using resonant microwave cavities, *Ultramicroscopy*, 188 (2018) 85-89.
10. S. Meuret, M. Sola Garcia, T. Coenen, E. Kieft, H. Zeijlemaker, M. Latzel, S. Christiansen, S.Y. Woo, Y.H. Ra, Z. Mi, A. Polman, Complementary cathodoluminescence lifetime imaging configurations in a scanning electron microscope, *Ultramicroscopy*, 197 (2019) 28-38.
11. H. Wollnik, H. Ewald, The influence of magnetic and electric fringing fields on the trajectories of charged particles, *Nuclear Instruments & Methods*, 36 (1965) 93-104.
12. H. Matsuda, H. Wollnik, Third order transfer matrices of the fringing field of an inhomogeneous magnet, *Nuclear Instruments & Methods*, 77 (1970) 283- 292.
13. H. Matsuda, The influence of a toroidal electric fringing field on the trajectories of charged particles in a third order approximation, *Nuclear Instruments & Methods*, 77 (1971) 40-54.
14. G.A. Doskeyev, O.A. Edenova, I.F. Spivak-Lavrov, Influence of the fringe field on moving of the charged particles in flat and cylindrical capacitors, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*, 645 (2011) 163-167.
15. A. Baisanov, G.A. Doskeyev, T.G. Doskeyev, I.F. Spivak-Lavrov, The differential equations defining deflection of particles of ion beam from axial trajectory in electric and magnetic fields, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*, 645 (2011) 159-162.
16. E.M. Metodiev, K.L. Huang, Y.K. Semertzidis, W.M. Morse, Fringe electric fields of flat and cylindrical deflectors in electrostatic charged particle storage rings, *Phys.rev.st Accel.beams*, 17 (2014).
17. C.L. Souto, C.G. Carll, J. Wang, Fringe field effects on electrostatic deflection of electrons by a pair of charged plates, *J. Electrostat.*, 94 (2018) 73-79.

18. I.G.C. Weppelman, R.J. Moerland, L. Zhang, E. Kieft, P. Kruit, J.P. Hoogenboom, Pulse length, energy spread, and temporal evolution of electron pulses generated with an ultrafast beam blanker, *Struct Dyn*, 6 (2019) 024102.
19. Spivak-Lavrov I.F. Analytical Methods for The Calculation and Simulation of New Schemes of Static and Time-of-Flight Mass Spectrometers // *Advances in Imaging and Electron Physics*. – Burlington: Academic Press, 2016. – V. 193. – P. 45-128.
20. Спивак-Лавров И.Ф., Жеткергенов Д.Б., Шарипов С.У. Краевое поле дефлекторных пластин с заземленными экранами // *Вестник АРГУ*. – № 4 (58), Ақтобе, 2019. – С. 27-36.

ГТАМР 27.27.17

ҚАРАПАЙЫМ АНАЛИТИКАЛЫҚ ФУНКЦИЯЛАРДЫ КОНФОРМДЫ БЕЙНЕЛЕУЛЕР ҮШІН ҚОЛДАНУ МӘСЕЛЕЛЕРІ ТУРАЛЫ

Х.Т. ОТАРОВ, А.А. ТҮРҒАНБАЕВ

Қ. Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті, Ақтөбе, Қазақстан

Аңдатпа. Мақалада комплекс облыстарда аналитикалық қарапайым функциялар арқылы орындалатын геометриялық түрлендірулер қарастырылады.

Түйін сөздер: аналитикалық функция, конформды бейнелеу, комплекс сан, гомотетия, бұру, параллель көшіру.

Аннотация. В статье рассматриваются геометрические преобразования, осуществляемые простейшими аналитическими в комплексных областях функциями.

Ключевые слова: комплексное число, аналитическая функция, конформное отображение, гомотетия, поворот, параллельный перенос.

Annotation. The article deals with geometric transformations performed by the simplest analytical functions in complex domains.

Key words: complex number, analytical function, conformal mapping, homotopy, rotation, parallel translation.

Комплекс айнымалылы аналитикалық функциялар теориясының практикалық қолданыстарының ауқымы үлкен екендігі белгілі. Оның көмегімен картографияның, серпімділік теориясының, гидродинамиканың, аэродинамиканың, электродинамиканың т.б. көптеген мәселелері шешіледі. Аналитикалық функциялар кванттық теорияда, табиғи және жасанды аспан денелері қозғалыстарын зерттеуде, ғылым мен техниканың басқа да көптеген салаларында кеңінен қолданылады. Сонымен қатар, математиканың теориялық мәселелерін (мысалы, сандар теориясының) шешу үшін де аналитикалық функциялардың орны ерекше.