УДК 517.95
МРНТИ 27.35.45

РЕШЕНИЕ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В КОНУСЕ

Н.К. ГУЛЬМАНОВ[1], М.Т. ДЖЕНАЛИЕВ[2], М.И. РАМАЗАНОВ[1]
[1]Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан
[2]Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан
e-mail: gulmanov.nurtay@gmail.com; muvasharkhan@gmail.com; ramamur@mail.ru

Аннотация. В работе рассматривается краевая задача теплопроводности в нецилиндрической области, представляющей собой перевернутый конус, то есть в области вырождающейся в точку в начальный момент времени. При этом граничные условия содержат производную по временной переменной, на практике такого рода задачи возникают при наличии условия сосредоточенной теплоемкости. Доказана теорема о разрешимости краевой задачи в весовых пространствах существенно ограниченных функций. Исследованы вопроса разрешимости сингулярного интегрального уравнения Вольтерра второго рода, к которому редуцирована исходная задача. Для решения полученного сингулярного интегрального уравнения Вольтерра применяется метод равносильной регуляризации Карлемана – Векуа.

Ключевые слова: нецилиндрическая область, конус, краевая задача теплопроводности, сингулярное интегральное уравнение Вольтерра, метод регуляризации Карлемана-Векуа.

В большинстве работ область, в которой ищется решение граничной задачи, в начальный момент времени не вырождается в точку. В работах [1-3] при решении такого рода задач применяется методика, заключающаяся в сведении нецилиндрической области к цилиндрической. Имеется целый ряд работ, посвященных численным методам решения таких задач [4-6].

В данной работе рассматривается следующая граничная задача в области $G = \{(r,t): 0 < r < t, t > 0\}$:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \cdot \frac{1}{r^{2\nu-1}} \cdot \frac{\partial}{\partial r}\left(r^{2\nu-1}\frac{\partial u}{\partial r}\right) = 0, \tag{1}$$

$$\left.\left(2 \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial t}\right)\right|_{r=t} = g(t), \tag{2}$$

$$\left. r^{2\nu-1}\frac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=0} = q(t), \tag{3}$$

где $0 < \nu < 1$. К этому типу задач в общем случае не применимы методы разделения переменных и интегральных преобразований. Одномерные по пространственной переменной краевые задачи в вырождающихся областях исследованы в работах [7-9]. Методом тепловых потенциалов подобные краевые задачи теплопроводности редуцируются к решению сингулярных интегральных уравнений типа Вольтерра второго рода.

Замечание 1. Решением задачи (1)–(3) при $g(t) = 0,\ q(t) = 0$, т.е. решением полной однородной задачи может быть только константа.

Чтобы освободиться от производной по времени в (2) проведем некоторые преобразования. С этой целью введем новую неизвестную функцию:

$$\omega(r,t) = r^{2\nu-1}\frac{\partial u}{\partial r} \tag{4}$$

Тогда согласно формальным преобразованиям с учетом (4), задача (1)-(3) сведется к следующей:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = a^2\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} - a^2\frac{2\nu-1}{r}\frac{\partial \omega}{\partial r}, \tag{5}$$

$$\frac{a^2}{r^{2\nu-1}}\left(\frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{2}{a^2}\omega\right)\bigg|_{r=t} = g(t), \tag{6}$$

$$\omega(r,t)|_{r=0} = q(t). \tag{7}$$

Отметим, что функция

$$G(r,\xi,t-\tau) = \frac{1}{2a^2}\cdot\frac{r^\nu\cdot\xi^{1-\nu}}{t-\tau}\cdot\exp\left[-\frac{r^2+\xi^2}{4a^2(t-\tau)}\right]\cdot I_\nu\left(\frac{r\xi}{2a^2(t-\tau)}\right)$$

является фундаментальным решением для уравнения (5), ξ – параметр. Здесь и далее $I_\nu(z)$ – модифицированная функция Бесселя порядка ν.

Решение задачи (5)–(7) ищем в виде суммы тепловых потенциалов простого и двойного слоя:

$$\omega(r,t) = \int_0^t G(r,\xi,t-\tau)|_{\xi=\tau}\cdot\varphi(\tau)\,d\tau + \int_0^t \frac{\partial G(r,\xi,t-\tau)}{\partial \xi}\bigg|_{\xi=0}\cdot\psi(\tau)\,d\tau. \tag{8}$$

Функция (8) удовлетворяет нашему уравнению (5) для любых плотностей потенциалов $\varphi(\tau)$ и $\psi(\tau)$. Для их определения мы будем использовать граничные условия (6)–(7). С этой целью дадим другое представление равенства (8):

$$\omega(r,t) = \int_0^t \frac{1}{2a^2}\cdot\frac{r^\nu\cdot\tau^{1-\nu}}{t-\tau}\cdot\exp\left[-\frac{r^2+\tau^2}{4a^2(t-\tau)}\right]\cdot I_\nu\left(\frac{r\tau}{2a^2(t-\tau)}\right)\cdot\varphi(\tau)\,d\tau +$$

$$+\int_0^t \frac{1}{(2a^2)^{\nu+1}}\cdot\frac{1}{2^\nu}\cdot\frac{r^{2\nu}}{(t-\tau)^{\nu+1}}\cdot\frac{1}{\nu\Gamma(\nu)}\cdot\exp\left[-\frac{r^2}{4a^2(t-\tau)}\right]\cdot\psi(\tau)\,d\tau, \quad (9).$$

где

$$t^{\frac{1}{2}-\nu} e^{\frac{t}{4a^2}} \varphi(t) \in L_\infty(0,\infty). \qquad (10)$$

Потребуем для функция $\omega(r,t)$, определяемой равенством (9), удовлетворения граничных условий (6)–(7), что позволит нам определить функции $\varphi(t)$ и $\psi(t)$. Тогда получим интегральное уравнение относительно искомой плотности $\varphi(\tau)$:

Запишем уравнение (9) в следующем виде:

$$\varphi(t) + \int_0^t \left[\frac{\tau^{2-\nu}}{t^{2-\nu}} e^{-\frac{t-\tau}{4a^2}}\right] N_1(t,\tau)\varphi(\tau)d\tau + \int_0^t \left[\frac{\tau^{2-\nu}}{t^{2-\nu}} e^{-\frac{t-\tau}{4a^2}}\right] N_2(t,\tau)\varphi(\tau)\,d\tau = F(t), \qquad (11)$$

где

$$N_1(t,\tau) = \frac{1}{2a^2}\cdot\frac{t^2}{(t-\tau)^2}\cdot\exp\left[-\frac{t\tau}{2a^2(t-\tau)}\right]\cdot I_{\nu-1,\nu}\left(\frac{t\tau}{2a^2(t-\tau)}\right), \qquad (12)$$

$$N_2(t,\tau) = \frac{3}{2a^2}\cdot\frac{t^2}{\tau(t-\tau)}\cdot\exp\left[-\frac{t\tau}{2a^2(t-\tau)}\right]\cdot I_\nu\left(\frac{t\tau}{2a^2(t-\tau)}\right), \qquad (13)$$

$$F(t) = 2t^{2\nu-1}\cdot g(t) - 2a^2\tilde{q}(t,t) - 2a^2 \left.\frac{\partial\tilde{q}(r,t)}{\partial r}\right|_{r=t},$$

$$\tilde{q}(r,t) = \frac{1}{(2a^2)^\nu}\cdot\frac{1}{2^\nu}\cdot\frac{1}{\Gamma(\nu)}\int_0^t \frac{r^{2\nu}}{(t-\tau)^{\nu+1}}\cdot\exp\left[-\frac{r^2}{4a^2(t-\tau)}\right]\cdot q(\tau)\,d\tau,$$

$$I_{\nu-1,\nu}(z) = I_{\nu-1}(z) - I_\nu(z)$$

Отметим следующее свойство ядра $N(t,\tau) = N_1(t,\tau) + N_2(t,\tau)$, из которого следует, что интегральное уравнение (11) является сингулярным и к нему нельзя применить метод последовательных приближений.

Замечание 2. Для любого значения $\nu,\ 0 < \nu < 1$

$$\lim_{t\to 0}\int_0^t N_1(t,\tau)d\tau = 1 \quad \text{и} \quad \lim_{t\to 0}\int_0^t N_2(t,\tau)d\tau = 0,$$

причем

$$\int_0^t N_1(t,\tau)d\tau = 1, \quad \int_0^t N_2(t,\tau)d\tau = \frac{3}{2a^2}\cdot\frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1+\nu)}\cdot t, \quad \forall t > 0.$$

Будем искать решение следующего «укороченного» интегрального уравнения:

$$\varphi(t) + \int_0^t N_1(t,\tau)\cdot\varphi(\tau)d\tau = \Phi(t), \qquad (14)$$

которое в силу замечания 2 является характеристическим для уравнения (11).

Замечание 3. *Если будет найдено решение уравнения* (14)*, то решение уравнения* (11) *получим методом регуляризации Карлемана-Векуа.*

Произведем замену переменных t, τ и введем новые функции:

$$t = \frac{1}{y}, \qquad \tau = \frac{1}{x}; \qquad \varphi = \varphi\left(\frac{1}{y}\right) = \varphi_1(y), \qquad \Phi(t) = \Phi\left(\frac{1}{y}\right) = \Phi_1(y),$$

тогда уравнение (14) сведется к следующему интегральному уравнению с разностным ядром относительно неизвестной функции $\varphi_1(y)$:

$$\varphi_1(y) + \int_y^\infty M_-(y-x)\cdot\varphi_1(x)dx = \Phi_1(y), \tag{15}$$

где

$$M_-(y-x) = \frac{1}{2a^2}\cdot\frac{1}{(x-y)^2}\cdot\exp\left[-\frac{1}{2a^2(x-y)}\right]\cdot I_{\nu-1,\nu}\left(\frac{1}{2a^2(x-y)}\right).$$

Применим к обеим частям уравнения (15) преобразование Лапласа. Тогда получим:

$$\widehat{\varphi_1}(p) = \widehat{\Phi_1}(p) - \widehat{R_-^*}(-p)\cdot\widehat{\Phi_1}(p),$$

где

$$\widehat{R_-^*}(-p) = \frac{1 - 2\frac{\sqrt{-p}}{a}I_{\nu-1}\left(\frac{\sqrt{-p}}{a}\right)K_\nu\left(\frac{\sqrt{-p}}{a}\right)}{2\frac{\sqrt{-p}}{a}I_{\nu-1}\left(\frac{\sqrt{-p}}{a}\right)K_\nu\left(\frac{\sqrt{-p}}{a}\right)}$$

изображение резольвенты, оригинал которого равен:

$$\widehat{R_-}\left(\frac{\sqrt{-p}}{a}\right) \risingdotseq R_-(y) = \frac{a^2}{2\sqrt{\pi}}\cdot\frac{1}{y^{\frac{3}{2}}}\sum_{k\in\mathbb{Z}\setminus\{0\}} A_{\nu,k}\int_0^\infty \xi\exp\left(-\frac{\xi^2}{4y}\right)\cdot e^{-i\alpha_k a^2\xi}\,d\xi. \tag{16}$$

Лемма 1. Для резольвенты $R_-(y)$ (16) справедлива оценка

$$R_-(y) \le C\cdot\frac{1}{\sqrt{y}}, \quad y > 0.$$

Тогда решение уравнения (15), которое имеет вид

$$\varphi(t) = t\cdot\Phi_2(t) - \int_0^t \tilde{R}(t,\tau)\cdot\Phi_2(\tau)d\tau,$$

где

$$\Phi_2(t) = \frac{1}{t}\cdot\Phi(t) \in L_\infty(0,\infty).$$

$$\tilde{R}(t,\tau) \le C\cdot\frac{\sqrt{t}}{\sqrt{\tau}\cdot\sqrt{t-\tau}}. \tag{17}$$

Справедливость последнего неравенства следует из Леммы 1.

Теорема 1. *Исходное интегральное уравнение* (11) *для любой функции* $t^{\frac{1}{2}-\nu}e^{\frac{t}{4a^2}}\cdot F(t)\in L_\infty(0,\infty)$ *имеет единственное решение в классе функций*

$$t^{\frac{1}{2}-\nu}e^{\frac{t}{4a^2}}\cdot\varphi(t)\in L_\infty(0,\infty), \qquad (18)$$

которое может быть найдено методом последовательных приближений.

Доказательство. Для решения исходного «полного» интегрального уравнения (6.6) представим его в виде

$$\varphi(t)+\int_0^t N_1(t,\tau)\cdot\varphi(\tau)d\tau=F(t)-\int_0^t N_2(t,\tau)\cdot\varphi(\tau)\,d\tau$$

и применим метод регуляризации Карлемана-Векуа. Считая правую часть уравнения (11) временно известной, запишем его решение:

$$\varphi(t)+\int_0^t\left[\frac{\tau^{2-\nu}}{t^{2-\nu}}\cdot e^{-\frac{t-\tau}{4a^2}}\right]N_1(t,\tau)\cdot\varphi(\tau)d\tau=$$

$$=F(t)-\int_0^t\left[\frac{\tau^{2-\nu}}{t^{2-\nu}}\cdot e^{-\frac{t-\tau}{4a^2}}\right]N_2(t,\tau)\cdot\varphi(\tau)\,d\tau$$

Считая правую часть уравнения (1.5.6) временно известной, запишем его решение:

$$\varphi(t)=\left(F(t)-\int_0^t\left[\frac{\tau^{2-\nu}}{t^{2-\nu}}\cdot e^{-\frac{t-\tau}{4a^2}}\right]\cdot N_2(t,\tau)\cdot\varphi(\tau)\,d\tau\right)-$$

$$-\int_0^t\left[\frac{\tau^{2-\nu}}{t^{2-\nu}}\cdot e^{-\frac{t-\tau}{4a^2}}\right]\cdot\frac{\tilde{R}(t,\tau)}{\tau}\cdot\left\{F(\tau)-\int_0^\tau\left[\frac{\xi^{2-\nu}}{\tau^{2-\nu}}\cdot e^{-\frac{\tau-\xi}{4a^2}}\right]\cdot N_2(\tau,\xi)\cdot\varphi(\xi)\,d\xi\right\}d\tau. \qquad (19)$$

Предварительно введем новую функцию

$$\varphi_2(t)=t^{\frac{1}{2}-\nu}e^{\frac{t}{4a^2}}\cdot\varphi(t),\qquad F_2(t)=t^{\frac{1}{2}-\nu}e^{\frac{t}{4a^2}}\cdot F(t). \qquad (20)$$

Тогда (19) примет следующий вид:

$$\varphi_2(t)+\int_0^t\frac{\tau^{\frac{3}{2}}}{t^{\frac{3}{2}}}\cdot N_2(t,\tau)\cdot\varphi_2(\tau)\,d\tau-\int_0^t\frac{\tilde{R}(t,\tau)}{\tau}\cdot\int_0^\tau\frac{\xi^{\frac{3}{2}}}{t^{\frac{3}{2}}}\cdot N_2(\tau,\xi)\cdot\varphi_2(\xi)\,d\xi d\tau=$$

$$=F_2(t)-\int_0^t\frac{\tau^{\frac{3}{2}}}{t^{\frac{3}{2}}}\cdot\tilde{R}(t,\tau)\cdot\frac{F_2(\tau)}{\tau}d\tau. \qquad (21)$$

Изменим порядок интегрирования в повторном интеграле и, затем, поменяем ролями переменные τ и ξ:

$$\int_0^t \frac{\tilde{R}(t,\tau)}{\tau} \cdot \int_0^\tau \frac{\xi^{\frac{3}{2}}}{t^{\frac{3}{2}}} \cdot N_2(\tau,\xi) \cdot \varphi_2(\xi)\, d\xi d\tau = \int_0^t \int_\tau^t \tilde{R}(t,\xi) \cdot \frac{\tau^{\frac{3}{2}}}{t^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{N_2(\xi,\tau)}{\xi} \cdot \varphi_2(\tau)\, d\xi d\tau.$$

Тогда уравнение (21) примет вид:

$$\varphi_2(t) + \int_0^t M(t,\tau) \cdot \varphi_2(\tau)\, d\tau = F_2(t) - \int_0^t \frac{\tau^{\frac{3}{2}}}{t^{\frac{3}{2}}} \cdot \tilde{R}(t,\tau) \cdot \frac{F_2(\tau)}{\tau} d\tau. \qquad (22)$$

где

$$M(t,\tau) = \frac{\tau^{\frac{3}{2}}}{t^{\frac{3}{2}}} \cdot N_2(t,\tau) - \frac{\tau^{\frac{3}{2}}}{t^{\frac{3}{2}}} \cdot \int_\tau^t \frac{\tilde{R}(t,\xi)}{\xi} \cdot N_2(\xi,\tau)\, d\xi.$$

Используя (17), получим, что ядро $M(t,\tau)$ интегрального уравнения (22) имеет слабую особенность, так как для него справедлива оценка

$$M(t,\tau) \leq D_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{t-\tau}} + D_2$$

Это означает, что решение интегрального уравнения (11) можно найти методом последовательных приближений. Теорема доказана.

Теорема 2. *Если выполнены условия* $t^{\nu-\frac{1}{2}} g(t) \in L_\infty(0,\infty)$, $t^{1-\nu} q(t) \in L_\infty(0,\infty)$, *то граничная задача* (1)-(3) *имеет решение*

$$u(r,t) = \tilde{u}(r,t) + C,\ \ \tilde{u}(r,t) \in L_\infty(G).$$

Доказательство. Из интегрального представления решения (8) краевой задачи (5)–(7) имеем

$$\omega(r,t) = \sum_{k=1}^{2} \omega_k(r,t),$$

Где $\omega_1(r,t) = r^{2\nu-1} \frac{\partial u_1}{\partial r} =$

$$= \int_0^t \frac{r^\nu \cdot \tau^{1-\nu}}{2a^2(t-\tau)} \exp\left[-\frac{r^2+\tau^2}{4a^2(t-\tau)}\right] I_\nu\left(\frac{r\tau}{2a^2(t-\tau)}\right) \varphi(\tau)\, d\tau;$$

$$\omega_2(r,t) = r^{2\nu-1} \frac{\partial u_2}{\partial r} = \tilde{q}(r,t) =$$

$$= \frac{1}{(2a^2)^\nu} \cdot \frac{1}{2^\nu} \cdot \frac{1}{\Gamma(\nu)} \int_0^t \frac{r^{2\nu}}{(t-\tau)^{\nu+1}} \cdot \exp\left[-\frac{r^2}{4a^2(t-\tau)}\right] \cdot q(\tau)\, d\tau.$$

Учитывая, что (10) получим оценку для первого слагаемого:

$$|\omega_1(r,t)| \leq \frac{C_1\sqrt{t} \cdot r^\nu}{2a^2\nu} \cdot \exp\left[-\frac{t}{4a^2}\right]$$

или с учетом (4)

$$u_1(r,t) \le \frac{C_1\sqrt{t}}{2a^2\nu}\cdot\frac{r^{2-\nu}}{2-\nu}\cdot\exp\left[-\frac{t}{4a^2}\right].$$

Учитывая, что $q(t) \in L_\infty(0,\infty)$, с учетом (4) будем иметь:

$$|u_2(r,t)| \le \frac{C_2}{(2a^2)^{\nu-1}}\cdot\frac{1}{2^\nu}\cdot\frac{1}{\Gamma(\nu)}\cdot\frac{t^{1-\nu}}{1-\nu}.$$

Отсюда следует справедливость основного результата – теоремы 2.

Полученные результаты могут быть использованы при решении подобной краевой задачи, когда граница области движется по произвольному закону $r = \alpha(t), \alpha(0) = 0$.

Финансирование

Работа выполнена по грантам Министерства образования и науки Республики Казахстан: AP09259780, 2021-2023, AP09259780, 2021-2023.

Список использованной литературы

1. E.A. Cheblakova, Modeling convection in areas with free borders, Computational Technologies 5(6) (2000), 87-98.

2. A.Kheloufi, B.-K. Sadallah, On the regularity of the heat equation solution in non-cylindrical domains: Two approaches, Applied mathematics and computation 218 (2011), 1623-1633.

3. A. Kheloufi, Existence and uniqueness results for parabolic equations with Robin type boundary conditions in a non-regular domain of $\mathbb{R}^3$, Applied mathematics and computation 220 (2013), 756-769.

4. R. Chapko, B.T. Johansson, V. Vavrychuk, Numerical solution of parabolic Cauchy problems in planar corner domains, Mathematics and computers in simulation 101 (2014), 1-12.

5. Y. Wang, J. Huang, X. Wen, Two-dimensional Euler polynomials solutions of two-dimensional Volterra integral equations of fractional order, Applied numerical mathematics 163 (2021), 77-95.

6. R. Dehbozorgi, K. Nedaiasl, Numerical solution of nonlinear weakly singular Volterra integral equations of the first kind: An hp-version collocation approach, Applied numerical mathematics 161 (2021), 111-135.

7. A.A. Kavokin, A.T. Kulakhmetova, Y.R. Shpadi, Application of Thermal Potentials to the Solution of the Problem of Heat Conduction in a Region Degenerates at the Initial Moment, Filomat 32 (2018), 825-836.

8. M.M. Amangalieva, D.M. Akhmanova, M.T. Dzhenaliev, M.I. Ramazanov, Boundary value problems for a spectrally loaded heat operator with load line approaching the time axis at zero or infinity, Differential Equations 47(2) (2011), 231-243.

9. M.T. Jenaliyev, M.M. Amangaliyeva, M.T. Kosmakova, M.I. Ramazanov, On a Volterra equation of the second kind with 'incompressible' kernel, Advances in Difference Equations 2015 (2015), article number 71.

КОНУСТА ЖЫЛУ ӨТКІЗГІШТІКТІҢ ШЕКАРАЛЫҚ ЕСЕБІН ШЕШУ

Н.К. ГУЛЬМАНОВ[1], М.Т. ДЖЕНАЛИЕВ[2], М.И. РАМАЗАНОВ[1]

[1]Академик Е.А. Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды, Қазақстан

[2]Математика және математикалық модельдеу институты, Алматы, Қазақстан

e-mail: gulmanov.nurtay@gmail.com; muvasharkhan@gmail.com; ramamur@mail.ru

Андатпа. Жұмыста конуста, яғни бастапқы уақыт мезетінде нүктеге айналатын цилиндрлік емес облыста жылу өткізгіштіктің шекаралық есебі қарастырылады. Мұндағы шекаралық шарт уақыт бойынша алынған туындыны қамтиды. Практикада мұндай есептер шоғырланған жылу сыйымдылық шартының бар болу жағдайында туындайды. Елеулі шенелген функциялар кеңістігінде қарастырылатын шекаралық есептің шешімділігі туралы теорема дәлелденді. Берілген есеп түрленетін екінші текті Вольтерра сингулярлық интегралдық теңдеудің шешімділігі туралы мәселелер зерттелді. Осы сингулярлық интегралдық теңдеуді шешу үшін Карлеман-Векуаның пара-пар регуляризация әдісі қолданылды.

Түйін сөздер: цилиндрлік емес облыс, конус, жылу өткізгіштіктің шекаралық есебі, Вольтерраның сингулярлық интегралдық теңдеуі, Карлеман-Векуаның регуляризация әдісі.

SOLUTION OF THE BOUNDARY VALUE PROBLEM OF HEAT CONDUCTION IN A CONE

N.K. GULMANOV[1], M.T. DZHENALIEV[2], M.I. RAMAZANOV[1]

[1]Academician E.A. Boketov atyndagy Karagandy University, Karagandy, Kazakhstan

[2]Mathematics Zhane Mathematical ModelDeu Institutes, Almaty, Kazakhstan e-mail:
gulmanov.nurtay@gmail.com; muvasharkhan@gmail.com; ramamur@mail.ru

Annotation. In the paper we consider the boundary value problem of heat conduction in a non-cylindrical domain, which is an inverted cone, i.e. in the domain degenerating into a point at the initial moment of time. In this case, the boundary conditions contain a derivative with respect to the time variable; in practice, problems of this kind arise in the presence of the condition of the concentrated heat capacity. We prove a theorem on the solvability of a boundary value problem in weighted spaces of essentially bounded functions. The issues of solvability of the singular Volterra integral equation of the second kind, to which the original problem is reduced, are studied. We use the Carleman–Vekua method of equivalent regularization to solve the obtained singular Volterra integral equation.

Keywords: noncylindrical domain, cone, boundary value problem of heat conduction, singular Volterra integral equation, Carleman–Vekua regularization method.