ӘОЖ 517.956
ҒТАХР 27.31.17

ИМПУЛЬСТІ КВАЗИСЫЗЫҚТЫҚ ЖҮЙЕЛЕРДІҢ БОЛЖАНБАЙТЫН ШЕШІМДЕРІ

З.Т. НУГАЕВА[1], М. АХМЕТ[2], М.ТЛЕУБЕРГЕНОВА[1]

[1]*Қ. Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті, Ақтөбе, Қазақстан*

[2]*Орталық-Шығыс Техникалық Университеті, Анкара, Түркия*

E-mail: zahira2009.85@mail.ru; marat@metu.edu.tr; madina1970@mail.ru

Аннотация. Мақалада квазисызықтық импульсті дифференциалдық теңдеулер жүйесінің үзілісті болжанбайтын, асиптотикалық орнықты шешімдері зерттелген. Үзілісті болжанбайтын функция ұғымы бірнеше тәуелсіз айнымалысы бар функциялар класына дейін кеңейтіліп, уақыт айнымалысы бойынша болжанбайтындық ұғымы енгізілген. Квазизысықтың импульсті жүйелердің болжанбайтын үзілісті шешімдері үшін алынған теориялық нәтижелерді растайтын иллюстрациялық мысалдар келтірілген.

Түйін сөздер: Квазисызықтық жүйе, импульсті жүйе, болжанбайтын функци, үзілісті болжанбайтын функция, асимптотикалық орнықтылық.

Мақала квазисызықтық импульсті дифференциалдық теңдеулер жүйесінің үзілісті болжанбайтын, асиптотикалық орнықты шешімдерін зерттеуге арналған. Бірнеше тәуелсіз айнымалысы бар функциялар класы үшін уақыт айнымалысы бойынша болжанбайтындық ұғымы енгізілген.

Мақалада $u = (u_1, \dots, u_p)$ векторы үшін $\|u\|_1 = \max\limits_{1 \le i \le p} |u_i|$ нормасын, ал $A = (a_{ij})$, $i, j = 1, \dots, p$ квадрат матрицасы үшін $\|A\| = \max\limits_{1 \le i \le p} \sum_{j=1}^{p} |a_{ij}|$ нормасын қолданылады, мұндағы $|\cdot|$ – абсолют шама белгісі.

1-анықтама [1]. Шенелген, $\kappa_i = (\kappa_i^1, \kappa_i^2, \dots, \kappa_i^p), i \in \mathbb{Z}$, тізбегі берілсін. Егер төмендегі шарттар:

(a) әрбір бүтін $i_1 < i_2$ үшін $\max\limits_{i_1 < i < i_2} \|\kappa_{i+l_n} - \kappa_i\| \to 0, n \to \infty$;

(b) әрбір натурал n үшін $\|\kappa_{m_n+l_n} - \kappa_{m_n}\| \ge \varepsilon_0$ теңсіздігі

орындалатындай $\varepsilon_0 > 0$ саны мен $l_n \to \infty$, $m_n \to \infty$, $n \to \infty$ тізбектері табылатын болса, онда κ_i тізбегі *болжанбайтын* деп аталады.

Нақты сандардың $\tau_i, i \in \mathbb{Z}$ тізбегін қарастырамыз, ол келесідей қасиеттерге ие: 1) $|\tau_i| \to$

∞, $|i| \to \infty$; 2) кез келген оң $\underline{\tau}$, $\overline{\tau}$ сандары үшін $\underline{\tau} \leq \tau_{i+1} - \tau_i \leq \overline{\tau}$ орындалады.

Сан түзуінде анықталған және үзіліс нүктелері саналымды жиындарды құрайтын, бұған қоса үзіліс нүктелерінде біржақты шектері бар барлық p-өлшемді бөлікті үзіліссіз функциялар жиынын $\mathcal{F}$ арқылы белгілейміз. Егер функциялар әртүрлі болса, онда үзіліс нүктелерінің жиындары бірдей болуы міндетті емес. Бұл жиындарының шоғырлану (шектік) нүктелері болмайды, әрі екі жағынан шенелмеген.

ϕ_1 және ϕ_2 функциялары $\mathcal{F}$ жиынынан алынған бөлікті үзіліссіз функциялар болсын. Шенелген $J \subseteq \mathbb{R}$ интервалына тиесілі функциялардың үзіліс нүктелерін сәйкесінше $\tau_i^{\phi_1}$ және $\tau_i^{\phi_2}$, $i = 1, \ldots, k$ деп белгілейміз. Егер әрбір $i = 1, \ldots, k$ үшін $\left|\tau_i^{\phi_1} - \tau_i^{\phi_2}\right| < \varepsilon$ шарты және $\left[\widehat{\tau_i^{\phi_1}, \tau_i^{\phi_2}}\right]$ интервалынан басқа аралықта жататын барлық $t \in J$ үшін $\|\phi_1(\mathrm{t}) - \phi_2(t)\| < \varepsilon$ шарты орындалса, онда бұл функциялар J интервалында *ε-эквивалентті* деп аталады. Егер ϕ_1 және ϕ_2 функциялары J интервалында ε-эквивалентті болса, онда бұл функциялар бір-бірінің *ε -маңайында* орналасқан деп айтады. Осындай маңайлардың көмегімен анықталатын топологияны *B-топология* деп атайды [2].

p-өлшемді бөлікті үзіліссіз функциялардың $\mathcal{F}$ жиынын және анықталу облысы $\mathbb{R} \times \mathbb{S}$, $\mathbb{S} \subset \mathbb{R}^p$ болатын p-өлшемді $g(t,x)$ вектор функциясын қарастырамыз. Егер әрбір $x \in S$, $S \subset \mathbb{S}$ үшін $g(t,x)$ функциясының үзіліс нүктелері мен x айнымалысының үзіліс нүктелері ортақ болса, онда $g(t,x)$ функциясы $\mathcal{F}(S)$ жиынынан алынған деп аталады. Егер әрбір бекітілген $x \in S$ үшін $\mathcal{F}(S)$ жиынынан алынған $g(t,x)$ мен $h(t,x)$ функциялары $\mathcal{F}$ жиынындағыдай ε-эквивалентті болса, онда олар $J \subseteq \mathbb{R}$ интервалында *ε-эквивалентті* деп аталады.

Жұмыста қарастырылатын бөлікті үзіліссіз функциялар үзіліс нүктелерінде сол жақты үзіліссіз және бірінші текті үзілістерге ие болады.

Зерттеудің мақсатына сәйкес импульсті жүйенің үзіліс нүктелері төмендегідей түрде алынады:

$$\tau_i = iT + \gamma_i, i \in \mathbb{Z}, \tag{1}$$

мұндағы $\gamma_i \in \mathbb{R}$, $i \in \mathbb{Z}$ – болжанбайтын тізбек, ал $T \geq 4$ саны $\sup\limits_{i \in Z}|\gamma_i| < T/h$, $h \geq 3$ шартын қағаттандыратындай сан.

2-анықтама. Үзіліс нүктелері $\tau_i, i \in \mathbb{Z}$, болатын, шенелген және бөлікті үзіліссіз $\varphi: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^p$ функциясы берілсін. Егер төмендегі шарттар:

(a) әрбір бүтін $i_1 < i_2$ үшін $\max\limits_{i_1<i<i_2}\left|\tau_{i+l_n} - t_n - \tau_i\right| \to 0$, $n \to \infty$;

(b) әрбір натурал n үшін $\left|\theta_{m_n+l_n} - t_n - \theta_{m_n}\right| \geq \varepsilon_0$;

(c) $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \sigma(\varepsilon) > 0$ $t_1, t_2 \in (\tau_i, \tau_{i+1}]$, $i \in \mathbb{Z}: |t_1 - t_2| < \sigma(\varepsilon) \Rightarrow$

$\|\varphi(t_1) - \varphi(t_2)\| < \varepsilon$;

(d) әрбір шенелген интервалдағы B-топологияда $\varphi(t + t_n) \to \varphi(t), n \to \infty$;

(e) әрбір натурал n және $\varphi(t)$ мен $\varphi(t + t_n)$ фунцияларының үзіліс нүктелерін қамтымайтын $[s_n - \delta,\ s_n + \delta] \subseteq \left[\theta_{m_n} \widehat{,}\ \theta_{m_n+l_n} - t_n\right]$ интервалынан алынған кез келген t үшін $\|\varphi(t + t_n) - \varphi(t)\| \geq \varepsilon_0$ теңсіздігі орындалатындай $\varepsilon_0 > 0,\ \delta > 0$ сандары және нақты сандардың $t_n \to \infty, s_n \to \infty, n \to \infty$, тізбектері мен бүтін сандардың $l_n \to \infty, m_n \to \infty,\ n \to \infty$, тізбектері табылатын болса, онда $\varphi(t)$ функциясы *үзілісті болжанбайтын* деп аталады.

3-анықтама. Үзіліс нүктелері $\tau_i, i \in \mathbb{Z}$, болатын, t айнымалысы бойынша бөлікті үзіліссіз $f(t, x) \in \mathcal{F}(S), f = (f_1,\ \dots, f_p)$ функциясы берілсін. Егер келесі шарттар:

(a) әрбір бүтін $i_1 < i_2$ үшін $\max\limits_{i_1<i<i_2} \left|\tau_{i+l_n} - t_n - \tau_i\right| \to 0, n \to \infty$;

(b) әрбір натурал n үшін $\left|\tau_{m_n+l_n} - t_n - \tau_{m_n}\right| \geq \varepsilon_0$;

(c) $\forall\varepsilon > 0\ \exists\sigma(\varepsilon) > 0\ \ t_1, t_2 \in (\tau_i, \tau_{i+1}],\ i \in \mathbb{Z} : |t_1 - t_2| < \sigma(\varepsilon)$
$\Rightarrow \sup\limits_{S}\|f(t_1, x) - f(t_2, x)\| < \varepsilon$;

(d) әрбір шенелген интервалда $\sup\limits_{S}\|f(t + t_n, x) - f(t, x)\| \to 0, n \to \infty$;

(e) әрбір натурал n үшін $f(t, x)$ пен $f(t + t_n, x)$ фунцияларының үзіліс нүктелерін қамтымайтын $[s_n - \delta,\ s_n + \delta] \subseteq \left[\tau_{m_n} \widehat{,}\ \tau_{m_n+l_n} - t_n\right]$ интервалынан алынған кез келген t үшін $\inf\limits_{S}\|f(t + t_n, x) - f(t, x)\| \geq \varepsilon_0$ теңсіздігі орындалатындай $\varepsilon_0 > 0,\ \delta > 0$ сандары және нақты сандардың $t_n \to \infty,\ s_n \to \infty,\ n \to \infty$ тізбектері мен бүтін сандардың $l_n \to \infty,\ m_n \to \infty,\ n \to \infty$ тізбектері табылатын болса, онда $f(t, x)$ функциясы *t бойынша үзілісіті болжанбайтын функция* деп аталады.

4-анықтама. Үзіліс нүктелері $\tau_i, i \in \mathbb{Z}$, болатын, бөлікті үзіліссіз $f(t, x)$ функциясы t бойынша үзілісті болжанбайтын функция болсын және шенелген p-өлшемді $G_i(x) \in \mathbb{S},\ i \in \mathbb{Z}$, векторы берілсін. Егер төмендегі шарттар:

(a) әрбір бүтін $i_1 < i_2$ үшін $\max\limits_{i_1<i<i_2} \sup\limits_{S}\left\|G_{i+l_n}(x) - G_i(x)\right\| \to 0, n \to \infty$;

(b) әрбір натурал n үшін $\inf\limits_{S}\left\|G_{m_n+l_n}(x) - G_{m_n}(x)\right\| \geq \varepsilon_0$ теңсіздігі орындалатындай $\varepsilon_0 > 0$ сандары, бүтін сандардың $l_n \to \infty,\ \ m_n \to \infty,\ \ n \to \infty$ тізбектері табылатын болса, онда $(f(t, x), G_i(x))$ жұбы *болжанбайтын* деп аталады.

Келесі импульсті квазисызықтық жүйені қарастыралық

$$x'(t) = Ax + f(t,x), \qquad t \neq \tau_i,$$
$$\Delta x|_{t=\theta_i} = B\,x, \tag{2}$$

мұндағы $t \in \mathbb{R}$, $x \in S$; $A \in \mathbb{R}^{p\times p}$, $B \in \mathbb{R}^{p\times p}$ – коммутативті матрицалар; τ_i, $i \in Z$ – (1) түрінде берілген үзіліс нүктелер; $f(t,x)\colon \mathbb{R} \times \mathbb{S} \to \mathbb{R}^p$ – t бойынша болжанбайтын функция. $\det(I + B) \neq 0$.

Бөлікті үзіліссіз $\varphi\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^p$ $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_p)$ функцияларының $\mathcal{D} \subset \mathcal{F}$ ішкі кеңістігін енгіземіз. Ондағы норма $\|\varphi\|_1 = \sup\limits_{t\in\mathbb{R}}\|\varphi(t)\|$ арқылы анықталады. $\varphi(t)$ функциясының үзіліс сәттері (2) жүйенің үзіліс сәттерімен бірдей болады.

Кеңістіктің элементері мынадай қасиеттерге ие болсын:

($\mathcal{D}1$) барлық $\varphi(t) \in \mathcal{D}$ үшін $\|\varphi(t)\|_1 < H$ орындалатындай оң H саны табылады;

($\mathcal{D}2$) әрбір $\varphi(t) \in \mathcal{D}$ үшін нақты сандар жиынының шенелген интервалындағы $B-$ топологияда $\varphi(t + t_n) \to \varphi(t)$, мұндағы t_n (2)-жүйедегі $f(t,x)$ функциясы үшін таңдалған t_n-мен бірдей тізбек.

(2)-жүйені зерттеу үшін, оған сәйкес біртекті импульсті жүйенің фундаментальді матрицасын қолданылады: $X(t,s) = e^{A(t-s)}(I + B)^{i([s,t))}$, $t \geq s$.

$A + \frac{1}{T}Ln(I + B)$ матрицасының меншікті мәндерін λ_j, $j = 1,2, \dots, p$, қарастырамыз және меншікті мәндерінің нақты бөліктері $\mathcal{R}e\lambda_j$ үшін мына шарт орындалсын деп ұйғарамыз:

$(A1)$ $\max\limits_{j} \mathcal{R}e\lambda_j = \lambda < 0, j = 1,\ 2,\ \dots,\ p.$

Олай болса,

$$\|X(t,s)\| \leq Ke^{-\alpha(t-s)}, t \geq s \tag{3}$$

теңсіздігі орындалатындай $K \geq 1$ және $0 < \alpha < -\lambda$ сандары табылады.

Келесі шарттар қажет болады:

$(A2)$ барлық $t \in \mathbb{R}, x_1, x_2 \in \mathbb{S}$үшін$||f(t,x_1) - f(t,x_2)|| \leq L_f||x_1 - x_2||$ орындалатындай оң L_f тұрақтысы табылады;

$(A3)$ барлық $(t,x) \in \mathbb{R} \times \mathbb{S}$ үшін $\|f(t,x)\| \leq M_f$ орындалатындай оң M_f саны табылады;

$(A4)$ $\dfrac{KM_f}{H} < \alpha;$

$(A5)$ $KL_f < \alpha.$

1-лемма. $\vartheta(t)$ *фунциясы (2)-жүйенің шенелген шешімі болуы үшін ол*

$$\vartheta(t) = \int_{-\infty}^{t} X(t,s)\, f(s,\vartheta(s))ds, \;\; t \in \mathbb{R}$$

интегралық теңдеудің шешімі болуы қажетті және жеткілікті.

$\mathcal{D}$ жиынында келесі операторды еңгізелік:

$$\Pi\varphi(t) = \int_{-\infty}^{t} X(t,s)\, f(s,\varphi(s))ds, \;\; t \in \mathbb{R}, \;\; \varphi \in \mathcal{D}.$$

2-лемма. *$\mathcal{D}$ кеңістігі Π операторына қатысты инвариантты.*

3-лемма. *Π операторы $\mathcal{D}$ кеңістігінің ішінде кысушы оператор.*

1-теорема. *Егер (A1)-(A5) шарттары орындалса, онда (2) жүйенің асимптотикалық орнықты, үзілісті болжанбайтын жалғыз шешімі бар болады.*

Келесі импульсті квазисызықтық жүйені қарастыралық:

$$\begin{aligned} x'(t) &= Ax + f(t,x), \qquad t \neq \tau_i, \\ \Delta x|_{t=\theta_i} &= Bx + G_i(x), \end{aligned} \tag{4}$$

мұндағы $t \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{S}$; $A \in \mathbb{R}^{p\times p}$, $B \in \mathbb{R}^{p\times p}$ – коммутативті матрицалар; τ_i, $i \in Z$ – (1) түрінде берілген үзіліс нүктелер; $(f(t,x),\; G_i(x))$ болжанбайтын жұп. $\det(I+B) \neq 0$.

Төмендегі шарттар орындалады деп ұйғаралық:

$(A6)$ барлық $i \in \mathbb{Z}, x_1, x_2 \in \mathbb{S}$ үшін $||G_i(x_1) - G_i(x_2)|| \le L_G||x_1 - x_2||$ теңсіздігі орындалатындай оң L_G тұрақтысы бар болады;

$(A7)$ $\sup\limits_{x\in\mathbb{S}}\|G(x)\| \le M_G$ орындалатындай оң M_G саны табылады;

$(A8)$ $\dfrac{KM_f}{\alpha} + \dfrac{KM_G}{1-e^{-\alpha\underline{\tau}}} < H$;

$(A9)$ $\dfrac{KL_f}{\alpha} + \dfrac{KL_G}{1-e^{-\alpha\underline{\tau}}} < 1$;

$(A10)$ $KL_f + \dfrac{1}{\underline{\tau}}\ln(1+KL_G) < 1.$

2-теорема. *Егер (A1)-(A2), (A6)-(A10) шарттары орындалса және $(f(t,x),\; G_i(x))$ жұбы болжанбайтын болса, онда (4) жүйенің асимптотикалық орнықты, үзілісті болжанбайтын жалғыз шешімі бар болады.*

1-мысал. Алдымен үзілісті болжанбайтын функцияның үзіліс нүктелерін анықтап аламыз. Ол үшін

$$\lambda_{i+1} = \mu\lambda_i(1-\lambda_i), i \in \mathbb{Z} \tag{5}$$

логистикалық бейнелеуін қарастырамыз. Егер $\mu \in (0,4]$ болса, (5) теңдеудің барлық шешімдері [0,1] интервалында жатады [3].

Ал [4] жұмыста $[3+(2/3)^{1/2}, 4]$ интервалынан алынған әрбір μ үшін логистикалық теңдеудің шешімдері болжанбайтын $\gamma_i, i \in \mathbb{Z}$ тізбегін құратындығы дәлелденген.

$$\tau_i = 4i + \gamma_i, i \in \mathbb{Z} \tag{6}$$

тізбегін қарастырайық. (6)-тізбек (1)-тізбектің дербес жағдайы болғандықтан, әрбір бүтін $i_1 < i_2$ үшін $n \to \infty$ кезде $\max_{i_1<i<i_2}\left|\tau_{i+l_n} - t_n - \tau_i\right|$ нөлге ұмтылатын және әрбір натурал n үшін $\left|\tau_{m_n+l_n} - t_n - \tau_{m_n}\right| \geq \epsilon_0$ теңсіздігі орындалатын оң ε_0 саны және $t_n = 6l_n$, l_n, m_n тізбектері табылады.

Болжанбайтын функцияны құру үшін Бернулли процесін қолданамыз. Яғни, [5] мақаладағы нәтижеге сәйкес ықтималдығы 1/2-ге тең, кездейсоқ анықталған 1 мен 3 сандарының шексіз тізбегін қарастырамыз. Олай болса, $\tau_i = 1{,}3$, $i \in \mathbb{Z}$ болжанбайтын тізбегі табылады және бүтін сандардың шенелген интервалынан алынған әрбір i үшін $\tau_{i+l_n} = \tau_i$, және барлық натурал n үшін $\left|\tau_{m_n+l_n} - \tau_{m_n}\right| = |1-3| \geq \varepsilon_0$ теңсіздігі орындалатын бүтін санды $l_n \to \infty$, $m_n \to \infty$, $n \to \infty$ тізбектері бар болады.

$\Phi(t)\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ функциясы $\Phi(t) = \tau_i$, $t \in [\tau_i, \tau_{i+1})$, $i \in \mathbb{Z}$ теңдеуі арқылы анықталған функция болсын. $\Phi(t)$ оң ε_0 , $\sigma = \frac{3}{2}$ сандары және $t_n = 4l_n$, $s_n = \frac{\tau_{m_n} + \tau_{m_n+1}}{2}$, $n \in \mathbb{N}$ тізбектерімен үзілісті болжанбайтын функция болады.

2 -мысал. Квазисызықты импульсті жүйесін қарастыралық

$$\begin{aligned}
&x_1' = 4x_2 + 0.024x_2^2 - 0.027x_3^3 + 0.008\Phi^3(\mathrm{t}),\\
&x_2' = -6x_1 + 0.018x_1^2 + 0.036x_2^3 + 0.007\Phi(\mathrm{t}),\\
&x_2' = -0.5x_3 + 0.025x_1^3 + 0.013x_2^2 - 0.12\Phi^3(\mathrm{t}),\\
&\Delta x_1|_{t=\theta_i} = -\frac{3}{4}x_1 + 0.001x_2^2 + 0.014x_3^3 + 0.05\gamma_i, t \neq \tau_i\\
&\Delta x_2|_{t=\theta_i} = -\frac{3}{4}x_2 - 0.011x_1^3 + 0.01x_3^2 - 0.06\gamma_i,\\
&\Delta x_3|_{t=\theta_i} = -\frac{3}{4}x_3 + 0.003x_1^2 - 0.023x_2^3 + 0.04\gamma_i,
\end{aligned} \tag{7}$$

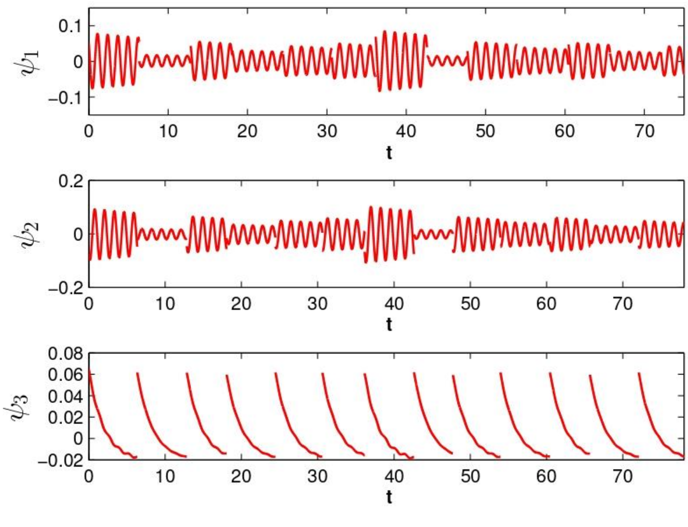
мұндағы γ_i, τ_i, $i \in \mathbb{Z}$ тізбектері мен $\Phi(t)$ функциясы, сәйкесінше 1-мысалда анықталған болжанбайтын тізбектер мен үзілісті болжанбайтын функция. 1.4 және 1.5 леммалар [6] бойынша $\big(f(t,x),G(x)\big)$ жұбы болжанбайтын болады.

A мен B матрицалары коммутативті және

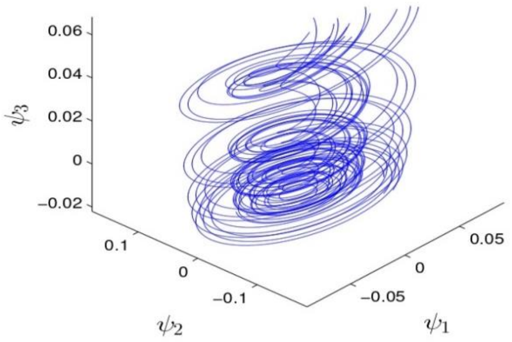
$$A+\frac{1}{T}\ln(I+B)=\begin{pmatrix}-\frac{1}{3}ln2 & 4 & 0\\ -6 & -\frac{1}{3}ln2 & 0\\ 0 & 0 & -0.5-\frac{1}{3}ln2\end{pmatrix},$$

матрицасының меншікті мәндері мындай болады: $\lambda_1=-0.5-\frac{1}{3}ln2$, және $\lambda_{2,3}=-\frac{1}{3}ln2\pm 2\sqrt{6}i$. $\alpha=0.2$ және $K=\sqrt{2}$ мәндерінде (A1)-шарты орындалады. Бұған қоса, $M_f=0.01468$, $M_G=0.06086$, $L_f=0.01728$, $L_G=-0.01104$ және $H=0.3$ болғанда, (7) жүйе үшін (A2), (A5)-(A9) шарттары орындалады. 2-теоремаға сәйкес, (7)-жүйенің асимптотикалық орнықты $\phi(t)=\big(\phi_1(t),\ \phi_2(t),\ \phi_3(t)\big)$ жалғыз шешімі бар болады.

Бастапқы мәндері белгісіз болғандықтан болжанбайтын функцияның шешімін модельдеу мүмкін емес. Сол себепті, бастапқы мәні $\psi_1(0)=(0.0556-0.075;0.065)$ тең болатын көршілес $\psi(t)=\big(\psi_1(t),\ \psi_2(t),\ \psi_3(t)\big)$ шешімін қарастырамыз. Уақыт артқан сайын $\psi(t)$ функциясының графигі болжанбайтын $\phi(t)$ шешімінің графигіне жақындайды. Яғни болжанбайтын шешімді сипаттайтын қисықтың орнына $\psi(t)$-нің графигін қарастырамыз. 1-суретте $\psi(t)$-нің координаталары, ал 2-суретте шешімінің траекториясы көрсетілген.



Сурет 1 – $\phi(t)$ үзілісті болжанбайтын шешімнің координаталарына жақындайтын $\psi(t)$ функциясының координаталары



Сурет 2 –$\psi(t)$ үзілісті болжанбайтын функциясының траекториясы

Пайдаланған әдебиеттер тізімі

1. Akhmet M., Fen M.O. Non-autonomous equations with unpredictable solutions //Communications in Nonlinear Sciences and Numerical Simulation. – 2018. – Vol. 59.– P. 657-670.

2. Akhmet M. Principles of Discontinuous Dynamical Systems. – New York: Springer, 2010. – 189 p.

3. Hale J., Kocak H. Dynamics and bifurcations. – New York: Springer-Verlag, 1991. – 574 p.

4. Akhmet M., Fen M.O. Poincare chaos and unpredictable functions //Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. – 2017. – Vol. 48. – P. 85-94.

5. Akhmet M., Fen M.O., Alejaily E.M. A randomly determined unpredictable function // Kazakh Mathematical Journal. – 2020. – Vol. 20, №2. – P. 30-36.

6. Akhmet M., Fen M.O, Tleubergenova M., Zhamanshin A. Unpredictable solutions of linear differential and discrete equations //Turkish Journal of Mathematics. – 2019. – Vol. 43.– P. 2377-2389.

АЛҒЫС

З.Нугаева мен М.Тлеубергенованың зерттеуі Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігі Ғылым комитетінің гранты (Грант №AP08856170 және №AP09258737) есебінен жүзеге асырылды.

НЕПРЕДСКАЗУЕМЫЕ РЕШЕНИЯ ИМПУЛЬСНЫХ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

З.Т. Нугаева[1], М. Ахмет[2], М.Тлеубергенова[1]

[1]*Қ. Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті, Ақтөбе, Қазақстан*

[2]*Орталық-Шығыс Техникалық Университеті, Анкара, Түркия*

E-mail: zahira2009.85@mail.ru; marat@metu.edu.tr; madina1970@mail.ru

Аннотация. В статье исследованы разрывные непредсказуемые, асимптотически устойчивые решения систем квазилинейных импульсных дифференциальных уравнений. Понятие функции с разрывной непредсказуемости расширено до класса функций с несколькими независимыми переменными и введено понятие непредсказуемости по временной переменной. Приведены иллюстрированные примеры, подтверждающие полученные теоретические результаты для непредсказуемых разрывных решений квазилинейных импульсных систем.

Ключевые слова: Квазилинейная система, импульсная система, непредсказуемая функция, разрывная непредсказуемая функция, асимптотическая устойчивость.

UNPREDICTABLE SOLUTIONS OF IMPULSIVE QUASILINEAR SYSTEMS

Z. Nugayeva[1], M. Akhmet[2], M. Tleubergenova[1]

[1] *K.Zhubanov Aktobe Regional University, Aktobe, Kazakhstan*

[2] *Middle East Technical University, Ankara, Turkey*

E-mail: zahira2009.85@mail.ru; marat@metu.edu.tr; madina1970@mail.ru

Annotation. Discontinuous unpredictable, asymptotically stable solutions of systems of quasilinear impulsive differential equations are studied in the article. The concept of a discontinuous unpredictable function has been extended to the class of functions of several variables, and the concept of unpredictability with respect to a time variable has been introduced. Examples with numerical simulations are presented to illustrate the theoretical results for discontinuous unpredictable solutions of quasilinear impulsive systems.

Keywords: Quasilinear system, impulsive system, unpredictable function, discontinuous unpredictable function, asymptotic stability.