УДК 517.97

СИНТЕЗ РАСПРЕДЕЛЕННОГО И ГРАНИЧНОГО УПРАВЛЕНИЙ ПРИ МИНИМИЗАЦИИ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОГО ФУНКЦИОНАЛА

А. КЕРИМБЕКОВ

[1]*Кыргызско-Российский Славянский университет, Бишкек, Кыргызстан.*

E-mail: akl7@rambler.ru

Аннотация. В статье исследованы вопросы разрешимости задачи синтеза, распределенного и граничного управлений при минимизации кусочно-линейного функционала, в случае управления колебательными процессами, описываемыми интегро-дифференциальными уравнениями в частных производных с интегральным оператором Фредгольма. Функции внешнего и граничного воздействий нелинейны относительно управлений. Для функционала Беллмана получено интегро-дифференциальное уравнение специфического вида. Описан алгоритм построения решения задачи синтеза, распределенного и граничного управлений, изложена процедура определения уравнений как функции (функционалы) от состояния управляемого процесса.

Ключевые слова: интегро-дифференциальное уравнение, оператор Фредгольма, обобщенное решение, функционал Беллмана, дифференциал Фреше, синтез оптимального управления.

Рассмотрим задачу минимизации кусочно-линейного функционала

$$I[u(t,x),\vartheta(t,x)] = \int_Q \Big[\big(v(T,x)-\xi_1(x)\big)^2 + \big(v_t(T,x)-\xi_2(x)\big)^2 \Big] dx + \int_0^T \left(\alpha \int_Q |u(t,x)|\,dx + \beta \int_\gamma |\vartheta(t,x)|\,dx \right) dt,\ \ \alpha,\beta>0 \qquad (1)$$

на множестве обобщенных решений краевой задачи

$$v_{tt} - Av = \lambda \int_0^T K(t,\tau) v(\tau,x)\,d\tau + f[t,x,u(t,x)],\ \ x\in Q,\ 0<t<T, \qquad (2)$$

$$v(0,x)=\psi_1(x),\ v_t(0,x)=\psi_2(x),\ x\in Q, \qquad (3)$$

$$\Gamma v(t,x) \equiv \sum_{i,k=1}^n a_{ik}(x) v_{x_k}(t,x)\cos(v,x_i) + a(x)v(t,x) = p[t,x,\vartheta(t,x)],\ x\in\gamma, 0<t<T, \qquad (4)$$

где A – эллиптический оператор

$$Av(t,x) = \sum_{i,k=1}^n \left(a_{ik}(x) v_k(t,x)\right)_{x_i} - c(x)v(t,x),$$

Q -область пространства R^n ограниченная кусочно-гладкой кривой γ ; $Q_T = Q\times[0,T)$ функции $K(t,\tau)\in H(D),\ D=\{0\le t,\tau\le T\}$, $\xi_1(x)\in H(Q),\ \xi_2(x)\in H(Q),\ \psi_1(x)\in H_1(Q),$ $\psi_2(x)\in H\ (Q),\ a_{ik}(x), a(x)\ge 0, c(x)\ge 0$ считаются известными; ν - вектор нормали выходящей из точки $x\in y$, $f[t,x,u(t,x)]\in H(Q_T),\forall$ распределенного управления $u(t,x)\in H(Q_T),$ $p[t,x,\vartheta(t,x)]\in H(\gamma_T),$, $\forall$ граничного управления $\vartheta(t,x)\in H(\gamma_T),\ \gamma_T=\gamma\times(0,T)$; При этом $a(x)$ и $c(x)$ измеримые функции, $H(Y)$ -гильбертово пространство квадратично-суммируемых функций, определенных на множестве Y ; $H_1(Y)$ -пространство Соболева первого порядка; λ -параметр; T -фиксированный момент времени; относительно функции внешнего и граничного воздействий будем считать, что

$$f_u[t,x,u(t,x)]\ne 0\ \forall(t,x)\in Q_T;\ \ p_\vartheta[t,x,\vartheta(t,x)]\ne 0\ \forall(t,x)\in\gamma_T; \tag{5}$$

т.е. они монотонные по функциональной переменной.

Определение. *Под обобщенным решением краевой задачи (2)-(5) понимается функция* $v(t,x)\in H(Q_T)$ *, которая вместе с обобщенными производными* $v_t(t,x)$ *и* $v_{x_i}(t,x)$ *удовлетворяет интегральному тождеству.*

$$\int_Q (v_t(t,x)\phi(t,x))_{t_1}^{t_2}dx=\int_{t_1}^{t_2}\Bigg\{\int_Q[v_t(t,x)\phi_t(t,x)-\sum_{i,k=1}^{n}a_{ik}(x)v_{xk}(t,x)\phi_{x_i}(t,x)$$
$$-c(x)v(t,x)\phi(t,x)+\left(\lambda\int_0^T K(t,\tau)v(\tau,x)d\tau+f[t,x,u(t,x)]\phi(t,x)\right)dx \tag{6}$$
$$+\int_\gamma\left(p[t,x,\vartheta(t,x)]\right)-a(x)v(t,x)\phi(t,x)dx\Bigg\}dt$$

при любых t_1 и $t_2 (0<t_1\le t\le t_2\le T)$ для любой функции $\phi(t,x)\in H_1(\bar{Q}_T)$, а также начальным условиям в слабом смысле, т.е. равенства

$$\lim_{t\to 0}\int_Q[v(t,x)-\psi_1(x)]\phi_0(x)dx=0,\ \lim_{t\to 0}\int_Q[v_t(t,x)-\psi_1(x)]\phi_1(x)dx=0$$

выполняются для любых функций $\phi_0(x)\in H(Q)$ и $\phi_1(x)\in H(Q)$.

Теорема 1. [3,4] *Краевая задача (2)-(5) при каждой паре управлений* $\{u(t,x),\vartheta(t,x)\}\in H(Q_T)\times H(\gamma_T)$ *имеет единственное обобщенное решение* $v(t,x)\in H_1(Q_T)$.

В задаче синтеза искомые управления $u^0(t,x)\in H(Q_T)$ и $\vartheta^0(t,x)\in H(\gamma_T)$ следует находить как функцию (функционал) от состояния управляемого процесса т.е. в виде

$$u^0(t,x)=u[t,x,v(t,x),v_t(t,x)],\ (t,x)\in Q_T,\quad \vartheta^0(t,x)=\vartheta[t,x,v(t,x),v_t(t,x)],\ (t,x)\in\gamma_T,$$

Заметим, что согласно условиям (5) устанавливается взаимно-однозначное соответствие между элементами пространства управлений $\{[u(t,x),\vartheta(t,x)]\}$ и пространства состояний управляемого процесса $\{v(t,x)\}$.

Для функционала (1) определяем функционал Беллмана в виде

$$S[t,x,\omega(t,x)] = \min_{u\in U,\vartheta\in V}\left\{\int_t^T\left(\alpha\int_Q|u(t,x)|\,dx+\beta\int_\gamma|\vartheta(t,x)|\,dx\right)dt+\int_Q\|\omega(T,x)-\xi(x)\|^2\,dx\right\} \tag{7}$$

Здесь $\omega(t,x)=\{v(t,x),v_t(t,x)\}$ -вектор-функция состояния; а $\xi(x)=\{\xi_1(x),\xi_2(x)\}$ -вектор-функция желаемого состояния управляемого процесса в момент времени T ; $\|\cdot\|$ -норма вектора; U - множество допустимых значений управления $u(t,x),\ (t,x)\in Q_T$; V - множество допустимых значений управления $\vartheta(t,x),\ (t,x)\in\gamma_T$.

Согласно схеме Беллмана-Егорова [1;2] предполагая, что $S[t,x,\omega(t,x)]$ как функция дифференцируема по t и как функционал дифференцируем по Фреше перепишем (7) в виде

$$-\frac{\partial S[t,x,\omega(t,x)]}{\partial t}\Delta t=\min_{u\in U,\vartheta\in V}\left\{\int_t^T\left(\alpha\int_Q|u(t,x)|\,dx+\beta\int_\gamma|\vartheta(t,x)|\,dx\right)dt\right.$$
$$\left.+ds[t,x,\omega(t,x);\Delta\omega(t,x)]+o(\Delta t)+\delta[t,x,\omega(t,x);\Delta\omega(t,x)]\right\}, \tag{8}$$

где $\Delta\omega(t,x)=\Delta\omega[t+\Delta t,x]-\omega[t,x]$, $ds[t,x,\omega(t,x);\Delta\omega(t,x)]$ - дифференциал Фреше, а $o(\Delta t)$ и $\delta[t,x,\omega(t,x);\Delta\omega(t,x)]$ - бесконечно малые величины относительно Δt .

Поскольку дифференциал Фреше относительно $\Delta\omega(t,x)\in H^2(Q_T)=H(Q_T)\times H(Q_T)$, $\forall(t,x)\in Q_T$, является линейным функционалом, то имеет место равенство

$$ds[t,x,\omega(t,x);\Delta\omega(t,x)]=\int_Q m^*(t,x)\Delta\omega(t,x)dx\equiv\int_Q\left(m_1(t,x)\Delta v(t,x)+m_2(t,x)\Delta v_t(t,x)\right)dx \tag{9}$$

где символ * - знак транспонирования; вектор-функция $m(t,x)=\{m_1(t,x),m_2(t,x)\}$ является градиентом функционала $S[t,x,\omega(t,x)]$ и принадлежит пространству $H^2(Q_T)=H(Q_T)\times H(Q_T)$ почти при всех $(t,x)\in Q_T$. Заметим, что $m(t,x)$ определяется в зависимости от функционала $S[t,x,\omega(t,x)]$, т.е.

$$m(t,x)=m(t,x,S[t,x,\omega(t,x)]). \tag{10}$$

Легко проверить, что справедливо тождество

$$\int_Q m^*(t,x)\Delta\omega(t,x)dx-\int_Q\left(m_2(t,x)\Delta v_t(t,x)\right)_t^{t+\Delta t}dx$$
$$+\int_Q\left(m_1(t,x)\Delta v(t,x)\right)dx-\int_Q\left(m_2(t,x)\Delta v_t(t+\Delta t,x)\right)_t^{t+\Delta t}dx. \qquad (11)$$

С учетом соотношений (9)-(11) равенство (8) перепишем в виде

$$-\frac{\partial S[t,x,\omega(t,x)]}{\partial t}\Delta t=\min_{u\in U,\vartheta\in V}\left\{\int_t^T\left(\alpha\int_Q|u(t,x)|dx+\beta\int_\gamma|\vartheta(t,x)|dx\right)dt+\int_Q\left(m_2(\tau,x)\Delta v_t(\tau,x)\right)_t^{t+\Delta t}dx\right.$$
$$\left.+\int_Q\left[m_1(t,x)\Delta v(t,x)-m_2(t,x)\Delta v_t(t+\Delta t,x)\right]dx+o(\Delta t)+\delta[t,x,\omega(t,x);\Delta\omega(t,x)]\right\}. \qquad (12)$$

Пусть $m_2(t,x)\in H_1(Q_T)$. Тогда в интегральном тождестве (1.6) полагая $\phi(t,x)\equiv m_2(t,x)$ и $t_1=t, t_2=t+\Delta t$ имеем

$$\int_Q\left(m_2(\tau,x)\Delta v_t(\tau,x)\right)_t^{t+\Delta t}dt\equiv\int_t^{t+\Delta t}\left\{\int_Q\left[m_{2t}(\tau,x)v_t(\tau,x)-\sum_{i,k=1}^n a_{ik}(x)v_{x_k}(\tau,x)m_{2_{x_i}}(\tau,x)\right.\right.$$
$$\left.-c(x)v(\tau,x)m_2(\tau,x)+\left(\lambda\int_0^T K(\tau,\sigma)v(\tau,\sigma)d\sigma+f[\tau,x,u(\tau,x)]\right)m_2(\tau,x)\right]dx$$
$$\left.+\int_\gamma\left(p[\tau,x,\vartheta(\tau,x)]-a(x)v(\tau,x)\right)m_2(\tau,x)dx\right\}d\tau.$$

С учетом этого тождества равенство (12) представим в виде

$$-\frac{\partial S[t,x,\omega(t,x)]}{\partial t}\Delta t=\min_{u\in U,\vartheta\in V}\left\{\int_t^T\left(\alpha\int_Q|u(t,x)|dx+\beta\int_\gamma|\vartheta(t,x)|dx\right)dt\right.$$
$$+\frac{1}{\Delta t}\int_t^{t+\Delta t}\left(\int_Q\left[m_{2t}(\tau,x)v_t(\tau,x)-\sum_{i,k=1}^n a_{ik}(x)v_{x_k}(\tau,x)m_{2_{x_i}}(\tau,x)-c(x)v(\tau,x)m_2(\tau,x)\right.\right.$$
$$\left.\left.+\left(\lambda\int_0^T K(\tau,\sigma)v(\tau,\sigma)d\sigma+f[\tau,x,u(\tau,x)]\right)m_2(\tau,x)\right]dx+\int_\gamma\left(p[\tau,x,\vartheta(\tau,x)]-a(x)v(\tau,x)\right)m_2(\tau,x)dx\right)d\tau.$$
$$\left.+\int_Q\left[m_1(t,x)\frac{\Delta v(t,x)}{\Delta t}-\frac{m_2(t,x)}{\Delta t}\Delta v_t(t+\Delta t,x)\right]dx+\frac{o(\Delta t)}{\Delta t}+\frac{\delta[t,x,\omega(t,x);\Delta\omega(t,x)]}{\Delta t}\right\}.$$

Отсюда переходя к пределу при $\Delta t\to+0$ и после приведения подобных слагаемых, а также учитывая соотношения

$$\lim_{t\to+0}\frac{o(\Delta t)}{\Delta t}=0,\quad \lim_{t\to+0}\frac{\delta[t,x,\omega(t,x);\Delta\omega(t,x)]}{\Delta t}=\lim_{t\to+0}\frac{o_2(\Delta t)}{\Delta t}=0$$

получим искомое функциональное уравнение типа Беллмана

$$-\frac{\partial S[t,x,\omega(t,x)]}{\partial t}=\min_{u\in U,\vartheta\in V}\left\{\int_Q\left(\alpha|u(t,x)|+m_2(t,x)f[t,x,u(t,x)]\right)dx+\right.$$
$$+\int_\gamma\left(\beta|\vartheta(t,x)|+m_2(t,x)p[t,x,\vartheta(t,x)]\right)dx+\int_Q\left(\lambda\int_0^T K(t,\tau)v(\tau,x)d\tau\right)m_2(t,x)dx \qquad (13)$$
$$\left.+\int_Q m_1(t,x)v_t(t,x)-\int_Q\left[\sum_{i,k=1}^n a_{ik}(x)v_{x_k}(t,x)m_{2_{x_i}}(t,x)+c(x)v(t,x)m_2(t,x)\right]dx-\int_\gamma a(x)v(t,x)m_2(t,x)dx\right\},$$

которое имеет место почти для всех $(t,x)\in Q_T$ и $(t,x)\in\gamma_T$. Далее используя разложения

$$v(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty}v_n(t)z_n(x),\quad v_n(t)=\int_Q v(t,x)z_n(x)dx,$$

$$m_2(t,x)=\sum_{j=1}^{\infty}m_{2_j}(t)z_j(x),\ \ m_{2_j}(t,x)=\int_Q m_2(t,x)z_j(x)dx,$$

а также определение обобщенных собственных функций $z_n(x)$ [3 получим соотношение

$$\int_Q\left[\sum_{i,k=1}^{n}a_{ik}(x)v_{x_k}(t,x)m_{2_{x_i}}(t,x)+c(x)v(t,x)m_2(t,x)\right]dx+\int_\gamma a(x)v(t,x)m_2(t,x)dx$$
$$=\int_Q\int_Q m_2(t,x)D(\lambda,x,y)v(t,y)dydx,$$

где $$D(\lambda,x,y)=\sum_{j=1}^{\infty}z_i(x)\lambda_i^2 z_i(y).$$

Теперь уравнение (13) перепишем в следующем виде

$$-\frac{\partial S[t,x,\omega(t,x)]}{\partial t}=\min_{u\in U,\vartheta\in V}\left\{\int_Q\Big(\alpha\left|u(t,x)\right|+m_2(t,x)f[t,x,u(t,x)]\Big)dx\right.$$
$$+\int_\gamma\Big(\beta\left|\vartheta(t,x)\right|+m_2(t,x)p[t,x,\vartheta(t,x)]\Big)dx+\int_Q\left(\lambda\int_0^T K(t,\tau)\vartheta(\tau,x)d\tau\right)m_2(t,x)dx \tag{14}$$
$$\left.+\int_Q\left(m_1(t,x)\vartheta_t(t,x)-m_2(t,x)\int_Q D(\lambda,x,y)v(t,y)dy\right)dx\right\}.$$

Согласно (2.1) это уравнение следует рассматривать вместе с условием

$$S[T,x,\omega(T,x)]=\int_Q\left\|\omega(T,x)-\xi(x)\right\|^2dx. \tag{15}$$

Таким образом $S[T,x,\omega(T,x)]$ следует находить как решение задачи (14)-(15), которая называется задачей Коши-Беллмана. Для построения решения этой задачи сначала решаем задачу минимизации правой части уравнения (14). При этом следует различать следующие случаи:

1. U и V - открытые множества;
2. U - открытое, а V -замкнутое множество;
3. U - замкнутое, а V - открытое множество;
4. U и V - замкнутые множества.

Рассмотрим задачу минимизации в уравнении (2.7) в случае, когда U и V - открытые множества. Применяя классический метод решения задачи экстремума, находим, что «подозрительное на оптимальность» распределенное управление $u^0(t,x)$ определяется следующим образом.

1. В области $Q_T^+ \subset Q_T$, где $u(t,x) > 0$, искомое управление $u_+^0(t,x)$ определяется согласно условиям оптимальности в виде равенства

$$\alpha + m_2(t,x) f_u[t,x,u(t,x)] = 0, \quad (t,x) \in Q_T^+,$$

(16)

и дифференциального неравенства

$$m_2(t,x) f_{uu}[t,x,u(t,x)] > 0, \quad (t,x) \in Q_T^+,$$

которые выполняются одновременно почти для всех $(t,x) \in Q_T^+$.

Дифференциальное неравенство является трудно проверяемым условием. Однако, согласно (2.10), его можно преобразовать к виду

$$f_u^{-1}[t,x,u(t,x)] f_{uu}[t,x,u(t,x)] < 0, \quad (t,x) \in Q_T^+. \tag{17}$$

Пусть выполнены условия оптимальности (16) и (17). Тогда согласно теореме о неявных функциях из равенства (16) управление $u(t,x)$ определяется однозначно, т.е. существует однозначная функция $\varphi_1(\cdot)$ такая, что

$$u_+^0(t,x) = \varphi_1[t,x,m_2(t,x,\omega(t,x)),\alpha], \quad (t,x) \in Q_T^+. \tag{18}$$

2. В области $Q_T^- \subset Q_T$, где $u(t,x) < 0$, искомое управление $u_-^0(t,x)$, согласно условиям оптимальности в виде равенства

$$-\alpha + m_2(t,x) f_u[t,x,u(t,x)] = 0, \quad (t,x) \in Q_T^-,$$

(19)

и дифференциального неравенства

$$f_u^{-1}[t,x,u(t,x)] f_{uu}[t,x,u(t,x)] > 0, \quad (t,x) \in Q_T^-, \tag{20}$$

определяется по формуле

$$u_-^0(t,x) = \varphi_2[t,x,m_2(t,x,\omega(t,x)),\alpha], \quad (t,x) \in Q_T^-. \tag{21}$$

Таким образом имеет место утверждение:

Теорема 2. *Пусть* U *является открытым множеством. Если функция* $f[t,x,u(t,x)]$ *в области* $Q_T^+ \subset Q_T$*, где* $u(t,x) > 0$*, удовлетворяет условию (17), то существует функция* $\varphi_1(\cdot)$ *которая однозначно осуществляет синтез распределенного оптимального управления по формуле (17).*

Если функция $f[t,x,u(t,x)]$ *в области* $Q_T^- \subset Q_T$*, где* $u(t,x)<0$*, удовлетворяет условию (19), то существует функция* $\varphi_2(\cdot)$ *которая однозначно осуществляет синтез распределенного оптимального управления по формуле (21).*

Аналогично «подозрительные на оптимальность» граничное управление $\vartheta^0(t,x)$ определяется следующим образом.

1. В области $\gamma_T^+ \subset \gamma_T$, где $\vartheta(t,x)>0$, искомое управление $\vartheta_+^0(t,x)$, согласно условиям оптимальности в виде равенства

   $\beta + m_2(t,x)\, p_u[t,x,u(t,x)] = 0, \quad (t,x)\in\gamma_T^+,$

   (22)

   и дифференциального неравенства

   $$p_u^{-1}[t,x,u(t,x)]\, f_{uu}[t,x,u(t,x)] < 0, \quad (t,x)\in\gamma_T^+. \tag{23}$$

   определяется по формуле

   $$\vartheta_+^0(t,x) = h_1[t,x,m_2(t,x,\omega(t,x)),\beta], \quad (t,x)\in\gamma_T^+. \tag{24}$$

   где $h_1(\cdot)$ функция однозначно определяемая из равенства (22).

2. В области $\gamma_T^- \subset \gamma_T$, где $\vartheta(t,x)<0$, искомое управление $\vartheta_-^0(t,x)$, согласно условиям оптимальности в виде равенства

   $-\beta + m_2(t,x)\, p_u[t,x,u(t,x)] = 0, \quad (t,x)\in\gamma_T^-,$

   (25)

   и дифференциального неравенства

   $$p_u^{-1}[t,x,u(t,x)]\, f_{uu}[t,x,u(t,x)] < 0, \quad (t,x)\in\gamma_T^-. \tag{26}$$

   определяется по формуле

   $$\vartheta_-^0(t,x) = h_2[t,x,m_2(t,x,\omega(t,x)),\beta], \quad (t,x)\in\gamma_T^-. \tag{27}$$

   где $h_2(\cdot)$ функция однозначно определяемая из равенства (25). Относительно граничного управления имеет место утверждение.

Теорема 3. *Пусть множество* V *является открытым. Если функция* $p[t,x,u(t,x)]$ *в области* $\gamma_T^+ \subset \gamma_T$*, где* $\vartheta(t,x)>0$*, удовлетворяет условию (23), то существует функция* $h_1(\cdot)$ *которая однозначно осуществляет синтез граничного оптимального управления по формуле (24).*

Если функция $p[t,x,u(t,x)]$ *в области* $\gamma_T^- \subset \gamma_T$, *где* $\vartheta(t,x)<0$, *удовлетворяет условию (26), то существует функция* $h_2(\cdot)$ *которая однозначно осуществляет синтез распределенного оптимального управления по формуле (27).*

Список использованной литературы

1. Kerimbekov A., Seidakmat kyzy E. On Solvability of Tracking Problem Under Nonlinear Boundary Control //Trends in Mathematics Research Perspectives (Analysis, Probability, Applications, and Computation. Proceeding97s of the 11th ISAAC Congress, Vaxjo (Sweden) 2017). Switzerland, Birkhauser. - 2019, P. 207-218
2. Sachs E.W., Strauss A.K. Efficient solution of a partial integro-differntial equation in finance // Appl. Numer. Math. 2008. Vol. 58, iss. 11. P. 1687–1703.
3. Kerimbekov A., Tairova O.K. On the solvability of synthesis problem for optimal point control of oscillatory processes // IFAC- PapersOnLine. 2018. Vol. 51, iss. 32. P. 754–758
4. Kerimbekov A.K., Abdyldaeva E.F. Optimal distributed control for the processes of oscillation described by Fredholm integro-differential equations // Eurasian Math. J. 2015. Vol. 6, iss. 2. P. 28–40.

БӨЛІК-СЫЗЫҚТЫҚ ФУНКЦИОНАЛДЫЛЫҚТЫ АЗАЙТУ КЕЗІНДЕ ҮЛЕСТІРІЛГЕН ЖӘНЕ ШЕКАРАЛЫҚ БАСҚАРУ СИНТЕЗІ

А. КЕРИМБЕКОВ

Қырғыз-Ресей Славян Университеті, Бішкек, Қырғызстан

E-mail: akl7@rambler.ru

Аңдатпа. Мақалада Фредгольм интегралды операторымен ішінара туындылардағы интегралды дифференциалдық теңдеулермен сипатталған тербелмелі процестерді басқару жағдайында бөлік-сызықтық функционалдылықты азайту кезінде синтез, үлестірілген және шекаралық басқару мәселесінің шешілу мәселелері зерттелген. Сыртқы және шекаралық әсерлердің функциялары басқаруға қатысты сызықты емес. Беллманның функционалы үшін белгілі бір түрдің интегралды-дифференциалдық теңдеуі алынды. Синтез, үлестірілген және шекаралық басқару есептерін шешудің алгоритмі сипатталған, теңдеулерді басқарылатын процестің күйінен функциялар (функционалдар) ретінде анықтау процедурасы көрсетілген.

Түйінді сөздер: интегралды-дифференциалдық теңдеу, Фредгольм операторы, жалпыланған шешім, Беллман функционалы, Фреше дифференциалы, оптималды басқару синтезі.

SYNTHESIS OF DISTRIBUTED AND BOUNDARY CONTROL WHILE MINIMIZING PIECEWISE LINEAR FUNCTIONAL

A. KERIMBEKOV

Kyrgyz-Russian Slavic University, Bishkek, Kyrgyzstan

E-mail: akl7@rambler.ru

Annotation. The article investigates the solvability of the problem of synthesis, distributed and boundary control while minimizing the piecewise linear functional, in the case of control of oscillatory processes described by integro-differential partial differential equations with the Fredholm integral operator. The functions of external and boundary influences are nonlinear with respect to controls. An integro-differential equation of a specific type is obtained for the Bellman functional. The algorithm for constructing a solution to the problem of synthesis, distributed and boundary controls is described, the procedure for determining equations as functions (functionals) of the state of the controlled process is described.

Keywords: integro-differential equation, Fredholm operator, generalized solution, Bellman functional, Frechet differential, synthesis of optimal control.