

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ҒЫЛЫМДАРЫ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ
PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

МРНТИ 29.01.05; 29.01.45

**ДИНАМИКА ПОТОКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ
ОТ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА В ТРАНСАКСИАЛЬНОМ ЗЕРКАЛЕ**

И.Ф. СПИВАК-ЛАВРОВ^{1[0000-0002-2683-2425],*}, **О.А. БАЙСАНОВ**^{2[0000-0003-3326-7206]},
С.У. ШАРИПОВ^{1[0000-0003-4350-2361]}, **Г.Т. УРИНБАЕВА**^{1[0000-0003-0254-7686]}

¹Актюбинский региональный университет им. К. Жубанова, Ақтөбе, Қазақстан

²Военный институт Сил воздушной обороны им. Т.Я. Бегельдинова, Ақтөбе, Қазақстан

*e-mail: spivakif@rambler.ru

Аннотация. Рассмотрено движение заряженных частиц, выходящих из точечного источника, расположенного в средней плоскости трансаксиального зеркала. Трехэлектродная трансаксиальная зеркало - это две параллельные пластины, разрезанные прямыми круговыми цилиндрами радиуса R_1 и R_2 , ось которых совпадает с осью z . С помощью методов теории функций комплексной переменной получены выражения для расчета гармонической составляющей $F(\eta, \zeta)$. Аналитические выражения для потенциала поля трансаксиального зеркала дают хорошее приближение для потенциала $\varphi(\eta, \zeta)$ и при этом точно удовлетворяют заданным граничным условиям Дирихле и удовлетворяют двумерному уравнению Лапласа. Показано, что в результате отражения в трехэлектродном трансаксиальном зеркале трансаксиальном зеркале можно расходящийся пучок превратить в почти параллельный и осуществить при этом высококачественную пространственно временную фокусировку. Это свойство трансаксиальных зеркал можно использовать для создания высокоэффективных времяпролетных масс-спектрометров. А также получено достаточно простое аналитическое выражение для электростатического потенциала трехэлектродной трансаксиальной линзы, которое можно использовать и для расчета трансаксиальных зеркал. Для расчета траекторий частиц используются безразмерные уравнения Ньютона и аналитические выражения для потенциала, с хорошей точностью описывающие поле трехэлектродного трансаксиального зеркала. Рассчитаны два режима вертикальной фокусировки пучка.

Ключевые слова: заряженная частица, трансаксиальное электростатическое зеркало, безразмерные уравнения Ньютона, телескопическая система, скалярный потенциал, траектория частиц

Введение. Одна из основных задач, решаемых при расчете корпускулярно-оптических систем (КОС), связана с вычислением реализуемых в них электрических и магнитных полей. При этом, как правило, приходится решать задачу Дирихле для скалярного потенциала,

удовлетворяющего уравнения Лапласа. Потенциалы трансаксиальных КОС в цилиндрической системе координат ρ , ψ , z зависят только от переменных ρ и z и удовлетворяют уравнению Лапласа [1, 2]:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \varphi}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0. \quad (1)$$

Наиболее общим методом решения граничной задачи Дирихле для уравнения (1) является метод разделения переменных. При этом потенциалы представляются в виде рядов функций Бесселя [3]. Однако эти решения из-за плохой сходимости рядов сложно использовать для проведения численных расчетов. В работах [4–8] найдены простые приближенные аналитические выражения для потенциала трехэлектродной трансаксиальной линзы, которые с хорошей точностью описывают и поле трансаксиального зеркала. Такие зеркала можно использовать, в частности, при создании времяпролетных масс-спектрометров. Расчету свойств таких зеркал и посвящена настоящая работа.

Аналитические выражения для потенциала поля трансаксиального зеркала.

Трехэлектродная трансаксиальная линза или зеркало [1, 2] схематически изображена на рисунке 1. На рисунке показана также сопутствующая декартова система координат x , y , z . Начало декартовой системы координат находится в средней плоскости зеркала, совпадающей с плоскостью $x y$; V_0 , V_1 и V_2 – потенциалы электродов, d – расстояние между пластинами. Зазоры между электродами считаются бесконечно узкими. Вдали от краев пластин потенциал φ зависит только от переменных $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ и z .

Вводя безразмерные переменные [4–8]:

$$\eta = \ln \frac{\rho}{R}, \quad \zeta = \frac{z}{R},$$

где $R = \sqrt{R_1 R_2}$, получим следующее уравнение для потенциала:

$$e^{-2\eta} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2} = 0. \quad (2)$$

Гармоническая составляющая $F(\eta, \zeta)$ электростатического потенциала $\varphi(\eta, \zeta)$ удовлетворяет двумерному уравнению Лапласа и является гармонической функцией безразмерных переменных η и ζ . Используя аппарат теории функций комплексной переменной [9] для $F(\eta, \zeta)$ можно получить формулы который дают хорошее приближение для потенциала $\varphi(\eta, \zeta)$, так как точно удовлетворяет заданным граничным условиям Дирихле, и при $\rho \cong R$ ($\eta = 0$) удовлетворяют двумерному уравнению Лапласа.

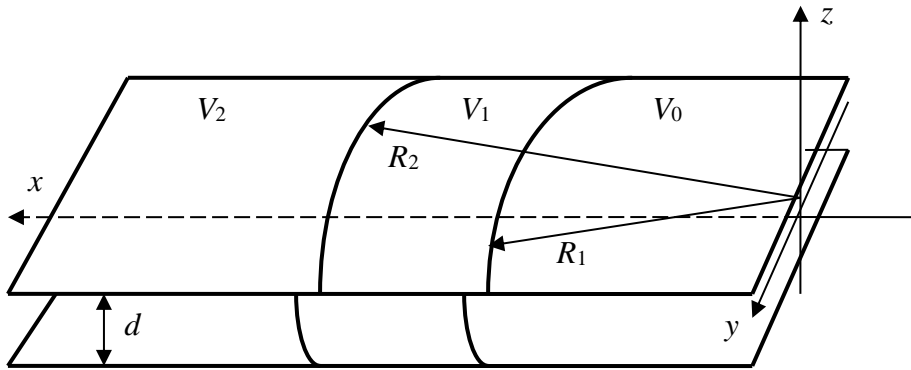


Рисунок 1. Схематическое изображение трансаксиального зеркала

В плоскости $\eta \zeta$ имеем электростатическую систему с двумерным полем, изображенную на рисунке 2. В плоскости $\eta \zeta$ потенциал $\varphi(\eta, \zeta)$ удовлетворяет следующим граничным условиям при $\zeta = \pm \zeta_0 = \pm \frac{d}{2R}$:

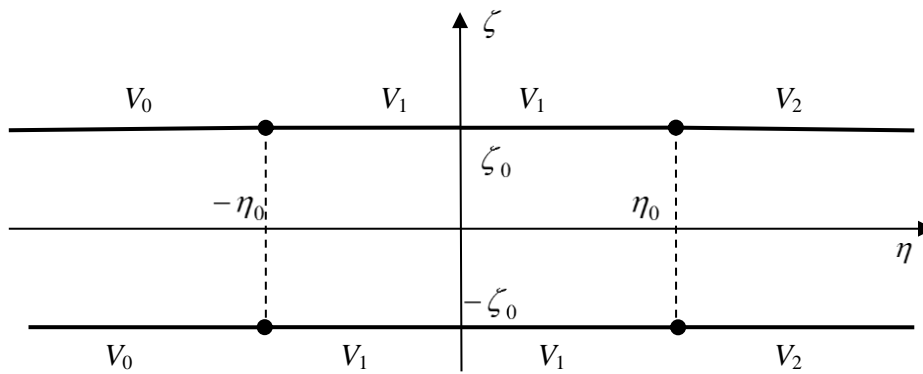


Рисунок 2. Трехэлектродная электростатическая система с двумерным полем

$$\varphi(\eta, \pm \zeta_0) = \begin{cases} V_0 & \text{для } \eta < -\eta_0, \\ V_1 & \text{для } -\eta_0 < \eta < \eta_0, \\ V_2 & \text{для } \eta > \eta_0. \end{cases} \quad (3)$$

В последней формуле $\eta_0 = \ln \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$.

Уравнение (2) для потенциала можно решать методом последовательных приближений, взяв за нулевое приближение гармоническую функцию $F(\eta, \zeta)$, удовлетворяющую граничным условиям (3). Чтобы найти потенциал $F(\eta, \zeta)$ этой системы,

отобразим полосу $-\zeta_0 \leq \zeta \leq \zeta_0$ комплексной плоскости $\omega = \eta + i\zeta$ на верхнюю полуплоскость плоскости $w = u + iv$ с помощью следующего конформного преобразования:

$$w = i \exp\left(\frac{\pi R \omega}{d}\right).$$

Откуда

$$u = -\exp\left(\frac{\pi R \eta}{d}\right) \sin\left(\frac{\pi R \zeta}{d}\right), \quad v = \exp\left(\frac{\pi R \eta}{d}\right) \cos\left(\frac{\pi R \zeta}{d}\right).$$

В w -плоскости получаем граничную задачу, представленную на рисунке 3, где верхним электродам соответствует область $u < 0$, а нижним $-u > 0$. Распределение потенциала в w -плоскости определяется следующим выражением:

$$F(u, v) = V_2 + \frac{V_0 - V_1}{\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{u + a_1}{v} - \operatorname{arctg} \frac{u - a_1}{v} \right) + \frac{V_1 - V_2}{\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{u + a_2}{v} - \operatorname{arctg} \frac{u - a_2}{v} \right).$$

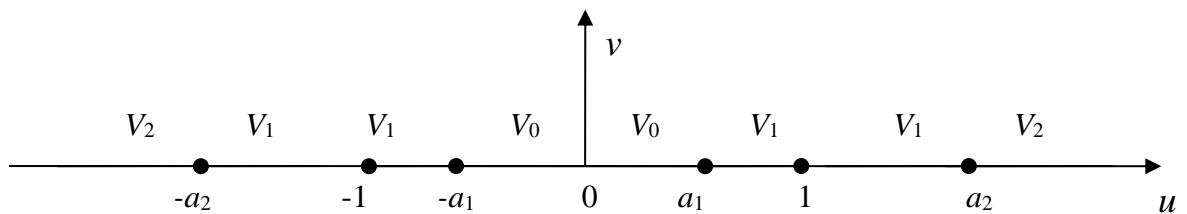


Рисунок 3. Граничная задача в w -плоскости.

Здесь

$$a_1 = \exp\left(-\frac{\pi R \eta_0}{d}\right), \quad a_2 = \frac{1}{a_1} = \exp\left(\frac{\pi R \eta_0}{d}\right),$$

Возвращаясь к цилиндрическим координатам ρ и z , запишем следующее выражение для потенциала:

$$\varphi(\rho, z) = V_2 + (V_0 - V_1) P_1\left(\frac{\rho}{R_1}, z, R\right) + (V_1 - V_2) P_2\left(\frac{\rho}{R_2}, z, R\right), \quad (4)$$

где

$$P_k\left(\frac{\rho}{R_k}, z, R\right) = \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{2 \cos \frac{\pi}{d} z}{\left(\frac{\rho}{R_k}\right)^{\frac{\pi R}{d}} - \left(\frac{\rho}{R_k}\right)^{-\frac{\pi R}{d}}} \quad (k=1, 2). \quad (5)$$

Таким образом, получено достаточно простое формула для электростатического потенциала трехэлектродной трансаксиальной линзы, которое можно использовать и для расчета трансаксиальных зеркал.

Безразмерные уравнения Ньютона. При исследовании динамики пучка заряженных частиц в трансаксиальных зеркалах будем использовать безразмерные уравнения Ньютона [4]. Уравнения движения заряженной частицы с зарядом q и массой m в электростатическом поле в безразмерных декартовых координатах x, y, z можно записать в следующем виде:

$$\ddot{x} = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad \ddot{y} = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad \ddot{z} = \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \quad (6)$$

Здесь потенциал φ измеряется в единицах V_0 ; за единицу длины берется величина d – расстояние между параллельными плоскостями трансаксиального зеркала; точки обозначают производные по безразмерному времени $\tau = t/\tau_0$, где

$$\tau_0 = d \sqrt{\frac{m}{qV_0}}.$$

Начальные условия для расчета траекторий при интегрировании уравнений (6) можно задать следующим образом:

$$x_0 = a, \quad y_0 = b, \quad z_0 = c; \quad \dot{x}_0 = \sqrt{2(1+\varepsilon) - \dot{y}_0^2 - \dot{z}_0^2}, \quad \dot{y}_0 = \sqrt{2(1+\varepsilon)} \sin \alpha, \quad \dot{z}_0 = \sqrt{2(1+\varepsilon)} \sin \beta.$$

Здесь ε – относительный разброс по энергии на входе в систему; углы α и β определяют угловой разброс в пучке в горизонтальном и вертикальном направлениях соответственно. При движении в средней плоскости зеркала, где $z_0 = \dot{z}_0 = 0$, угол α , образованный пучком с осью x , которая является главной оптической осью зеркала, определяется выражением:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\dot{y}_0}{\dot{x}_0}.$$

Для вычисления производных потенциала, входящих в уравнения (6) используются следующие формулы для производных потенциала, определяемого выражениями (4) и (5):

$$\frac{\partial P_k}{\partial \rho} = - \frac{\frac{2R}{R_k d} \cos \frac{\pi}{d} z \left[\left(\frac{\rho}{R_k} \right)^{\frac{\pi R}{d}-1} + \left(\frac{\rho}{R_k} \right)^{-\frac{\pi R}{d}-1} \right]}{\left[\left(\frac{\rho}{R_k} \right)^{\frac{\pi R}{d}} - \left(\frac{\rho}{R_k} \right)^{-\frac{\pi R}{d}} \right]^2 + 4 \cos^2 \frac{\pi}{d} z}.$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial x} = \frac{\partial P_k}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\partial P_k}{\partial \rho} \frac{x}{\rho}, \quad \frac{\partial P_k}{\partial y} = \frac{\partial P_k}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial y} = \frac{\partial P_k}{\partial \rho} \frac{y}{\rho}.$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial z} = - \frac{\frac{2}{d} \sin \frac{\pi}{d} z \left[\left(\frac{\rho}{R_k} \right)^{\frac{\pi R}{d}} - \left(\frac{\rho}{R_k} \right)^{-\frac{\pi R}{d}} \right]^2}{\left[\left(\frac{\rho}{R_k} \right)^{\frac{\pi R}{d}} - \left(\frac{\rho}{R_k} \right)^{-\frac{\pi R}{d}} \right]^2 + 4 \cos^2 \frac{\pi}{d} z}.$$

Приведенные значения производных подставлялись в выражение, полученное в результате дифференцирования формулы (4) и таким образом определялись правые части уравнений (6).

Результаты численного расчета. Безразмерные уравнения Ньютона (6) интегрировались численно четырехточечным методом Адамса с автоматическим выбором шага интегрирования. Разгонные точки находились методом последовательных сближений Крылова. Относительная точность интегрирования выбиралась равной $10^{-8} \div 10^{-9}$.

Были проведены численные расчеты для трансаксиального зеркала, у которого $R_1 = 10d$, $R_2 = 12d$; $V_0 = 1$, $V_1 > 0$, $V_2 < 0$. За единицу длины выбиралось $d = 1$ – расстояние между параллельными плоскостями трансаксиального зеркала. Начальные условия моделировали точечный источник, расположенный в области вне поля в средней плоскости зеркала в точке: $x_0 = 5$, $y_0 = 0.4935$, $z_0 = 0$. Осевая траектория направлялась под углом $\alpha \cong 2^\circ$ к оси x , путем задания следующих начальных условий: $\dot{x}_0 = \sqrt{2 - \dot{y}_0^2}$, где $\dot{y}_0 = -0.0495$. Объемный пучок моделировался путем следующих изменений начальных условий: $|\Delta\alpha| \leq 0.004 \text{ рад}$, $|\dot{z}_0| \leq 0.003$, $|\varepsilon| \leq 0.01$. При указанных изменениях начальных условий еще достаточно хорошо выполняется параксиальное приближение.

Результаты вычисления представлены на рисунках 4 и 5. На рисунке 4 показано поведение пучка в проекции на среднюю плоскость зеркала, а на рисунке 5 – поведение крайних траекторий пучка в вертикальном направлении. Потенциалы электродов подбирались таким образом, чтобы линейный фокус в вертикальном направлении был расположен симметрично положению источника относительно оси x . Эта ситуация осуществлялось при следующих потенциалах электродов: $V_0 = 1$, $V_1 = 0.51$, $V_2 = -0.05545$. Определялось также время пролета частиц до плоскости детектора, которая проходит через точку $x_k = x_0 = 5$ перпендикулярно осевой траектории пчка. Для осевой траектории ($\varepsilon = 0$) время прилета в детектор равно $\tau_{d0} = 16.3$, а для частиц, движущихся по осевой траектории с другой энергией: при $\varepsilon = 0.01$ получим $\tau_{d1} = 16.91$, а при $\varepsilon = -0.01$ – $\tau_{d2} = 15.89$. Из этих

данных видно, что должна существовать плоскость, где осуществляется времяпролетная фокусировка по энергии.

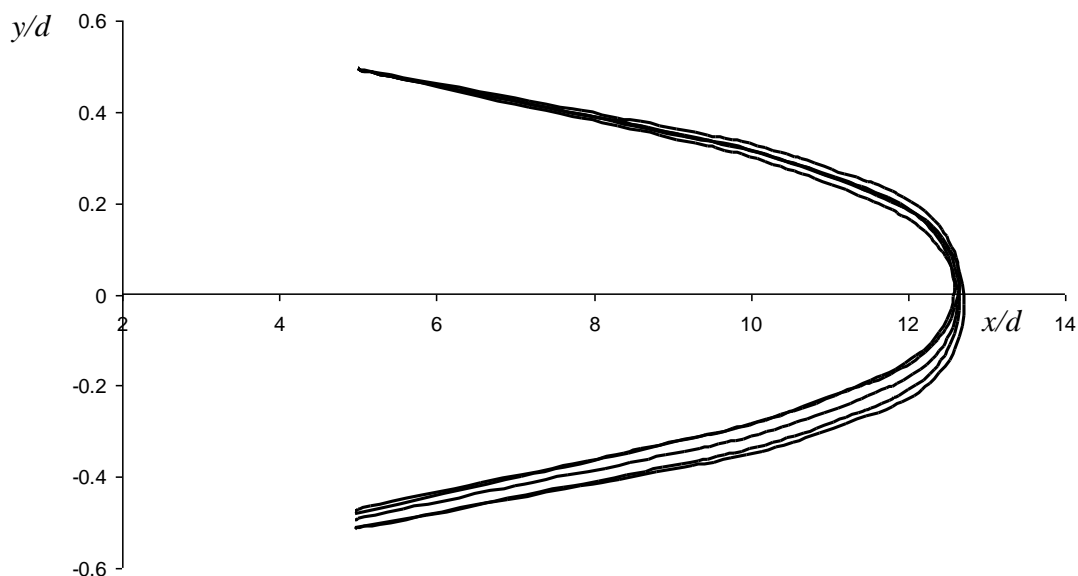


Рисунок 4. Поведение пучка в проекции на среднюю плоскость зеркала

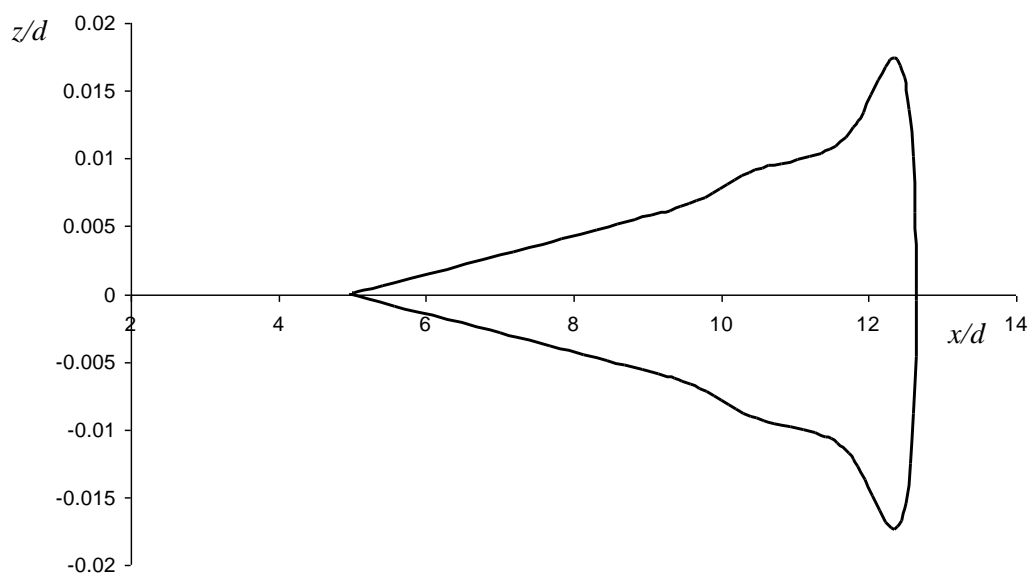


Рисунок 5. Проекция крайних траекторий пучка на вертикальное направление

Безразмерные уравнения Ньютона при различных начальных условиях интегрировались по безразмерному времени τ до одного и того же конечного значения $\tau_{k0} = \tau_{d0}$. При этом некоторые частицы не доходили до плоскости детектора, а некоторые перелетали плоскость детектора. В этом случае время прилета заряженных частиц в

детектор определялось с учетом того, что вблизи плоскости детектора, где поле отсутствует, частицы двужутся по прямолинейным траекториям с постоянной скоростью. Если к моменту времени $\tau = \tau_{k0}$ частица находилась в точке (x_k, y_k, z_k) и двигалась со скоростью $(\dot{x}_k, \dot{y}_k, \dot{z}_k)$, то находилось расстояние до плоскости детектора. Уравнение плоскости детектора, проходящей через точку (x_d, y_d) параллельно оси z :

$$y - y_d = k_d(x - x_d),$$

где $k_d = -1/tg \alpha$. Уравнение проекции траектории на плоскость xy :

$$y - y_k = k_k(x - x_k),$$

где $k_k = \dot{y}_k / \dot{x}_k$. Координаты точки пересечения этой проекции с плоскостью детектора:

$$x_1 = \frac{k_k x_k - k_d x_d + y_d - y_k}{k_k - k_d}, \quad y_1 = k_k(x_1 - x_k) + y_k.$$

Теперь время прилета в детектор определяется по формуле:

$$\tau_d = \tau_{d0} \pm \frac{\sqrt{(x_1 - x_k)^2 + (y_1 - y_k)^2}}{v_{xy}}.$$

Здесь знак «+» берется, если частица не долетает до плоскости детектора, а знак «-», если она перелетает плоскость детектора; а v_{xy} – проекция скорости на плоскость xy :

$$v_{xy} = \sqrt{\dot{x}_k^2 + \dot{y}_k^2}.$$

Возможно также осуществить другое поведение пучка в вертикальном направлении, незначительно изменив потенциал на отражающем электроде. Если подать на него потенциал $V_2 = -0.05765$, то на выходе из зеркала получим почти параллельный пучок частиц. На рисунке 6 показан ход крайних траекторий пучка для этого случая.

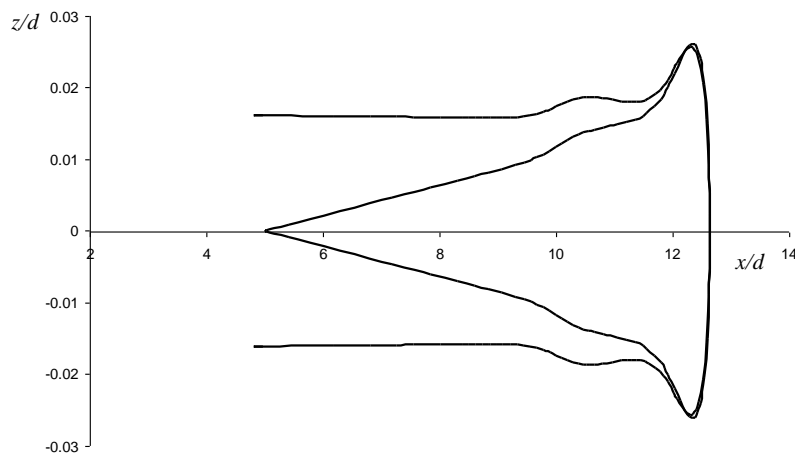


Рисунок 6. Проекция крайних траекторий пучка на вертикальное направление

Заклучение. Использование аналитических выражений, описывающих поле трансаксиальных трехэлектродных зеркал, позволило провести численное интегрирование безразмерных уравнений Ньютона для заряженной частицы в поле зеркала, и таким образом изучить поведение пучка заряженных частиц в трансаксиальном зеркале. Показано, что в результате отражения в трансаксиальном зеркале можно расходящийся пучок превратить в почти параллельный и осуществить при этом высококачественную пространственно временную фокусировку. Это свойство трансаксиальных зеркал можно использовать для создания высокоэффективных времяпролетных масс-спектрометров.

Работа выполнена в рамках проекта с грантовым финансированием ИРН АР09258546 Комитета науки Министерства образования и науки Республики Казахстан.

Список литературы

1. Гликман Л.Г. Электронно-оптические параметры трехэлектродных трансаксиальных цилиндрических линз / Л.Г. Гликман и др. // ЖТФ. – 1971. – Т. 41. – № 2. – С. 330-335.
2. Кельман В.М. Электронно-оптические элементы призмных спектрометров заряженных частиц / В.М. Кельман, С.П. Карецкая, Л.В. Федулina, Е.М. Якушев. – Алма-Ата: «Наука» КазССР, 1979. – 232 с.
3. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Наука, 1977. – 736 с.
4. Spivak-Lavrov I.F. Analytical Methods for The Calculation and Simulation of New Schemes of Static and Time-of-Flight Mass Spectrometers / I.F. Spivak-Lavrov // Burlington: Advances in Imaging and Electron Physics. – 2016. – V. 193. – P. 45-128. DOI: 10.1016/bs.aier.2015.10.001.
5. Spivak-Lavrov I.F. Ways of Developing Analyzers for Static Mass Spectrometers / I.F. Spivak-Lavrov, O.A. Baisanov, A.A. Nurmukhanova // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. – 2018. – V. 82. – №. 10. – P. 1353–1358. DOI: 10.3103/S1062873818100210.
6. Спивак-Лавров И.Ф. Масс-анализатор с конусовидной ахроматичной призмой и трансаксиальными линзами / И.Ф. Спивак-Лавров, А.А. Нурмуханова, Т.Ж. Шугаева. // Научное приборостроение. – 2019. – Т. 29. – № 1. – С. 116-125.
7. Spivak-Lavrov I.F. Prismatic mass analyzer with the conical achromatic prism and transaxial lenses / I.F. Spivak-Lavrov, T.Zh. Shugaeva, T.S. Kalimatov. International Journal of Mass Spectrometry. – 2019. – Vol. 444. – P. 1-6. DOI: 10.1016/j.ijms.2019.116180
8. Spivak-Lavrov I.F. Solutions of the Laplace equation in cylindrical coordinates, driven to 2D harmonic potentials / I.F. Spivak-Lavrov, T.Zh. Shugaeva, S.U. Sharipov // Burlington:

Advances in Imaging and Electron Physics. – 2021. – V. 215. – P. 181-193. DOI: 10.1016/bs.aiep.2020.06.006.

9. Лаврентьев М.А. Методы теории функций комплексного переменного / М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. – М.: Наука, 1976. – 716 с.

References

1. Glikman L.G. i dr. (1971). Jelektronno-opticheskie parametry trehjelektroodnyh transaksial'nyh cilindricheskih linz [Electron-optical parameters of threeselectrode transaxial cylindrical lenses]. ZhTF. — Т. 41. – № 2, 330-335 [in Russian].

2. Kel'man V.M., Kareckaja S.P., Fedulina L.V., Jakushev E.M. (1979). Jelektronno-opticheskie jelementy prizmennyh spektrometrov zarjazhennyh chastic [Electron-optical elements of charged particle prism spectrometers]. Alma-Ata: «Nauka» KazSSR. [in Russian].

3. Tihonov A.N., Samarskij A.A. (1977). Uravnenija matematicheskoj fiziki [Equations of mathematical physics]. M.: Nauka. [in Russian].

4. Spivak-Lavrov I.F. (2016). Analytical Methods for The Calculation and Simulation of New Schemes of Static and Time-of-Flight Mass Spectrometers. Burlington: Advances in Imaging and Electron Physics, V. 193, 45-128. DOI: 10.1016/bs.aiep.2015.10.001.

5. Spivak-Lavrov I.F., Baisanov O.A. Nurmukhanova A.A. (2018). Ways of Developing Analyzers for Static Mass Spectrometers. Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics, Vol. 82, № 10, 1353–1358. DOI: 10.3103/S1062873818100210.

6. Spivak-Lavrov I.F., Nurmuhanova A.A., Shugaeva T.Zh. (2019). Mass-analizator s konusovidnoj ahromatichnoj prizmoj i transaksial'nymi linzami [Mass analyzer with a cone-shaped achromatic prism and transaxial lenses]. Nauchnoe priborostroenie, T. 29, № 1, 116-125. [in Russian].

7. Spivak-Lavrov I.F., Shugaeva T.Zh., Kalimatov T.S. (2019). Prismatic mass analyzer with the conical achromatic prism and transaxial lenses. International Journal of Mass Spectrometry, Vol. 444, P. 1-6. DOI: 10.1016/j.ijms.2019.116180.

8. Spivak-Lavrov I.F., Shugaeva T.Zh., Sharipov S.U. (2021). Solutions of the Laplace equation in cylindrical coordinates, driven to 2D harmonic potentials. Burlington: Advances in Imaging and Electron Physics, Vol. 215, 181-193. DOI: 10.1016/bs.aiep.2020.06.006.

9. Lavrent'ev M.A., Shabat B.V. (1976). Metody teorii funkcij kompleksnogo peremennogo [Methods of complex variable function theory]. M.: Nauka. [in Russian].

ТРАНСАКСИАЛДЫ АЙНАДАҒЫ НҮКТЕЛІК КӨЗДЕН ШЫҚҚАН ЗАРЯДТАЛҒАН БӨЛШЕКТЕР АҒЫНЫНЫҢ ДИНАМИКАСЫ

И.Ф. СПИВАК-ЛАВРОВ^{1,*}, О.А. БАЙСАНОВ²,

С.У. ШАРИПОВ¹, Г.Т. УРИНБАЕВА¹

¹Қ. Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті, Ақтөбе, Қазақстан

²Т.Я. Бегельдинов атындағы Әуе қорғаныс күштерінің Әскери институты, Ақтөбе, Қазақстан

*e-mail: spivakif@rambler.ru

Аңдатпа. Трансаксиалды айнаның ортаңғы жазықтығында орналасқан нүктелік көзден шығатын зарядталған бөлшектердің қозғалысы қарастырылады. Үш электродты трансаксиалды айна - бұл радиустары R_1 және R_2 болатын түзу дөңгелек цилиндрлермен кесілген және осі z осімен сәйкес келетін екі параллельді пластина. Комплекс айнымалы функциялар теориясының әдістерін қолдана отырып $F(\eta, \zeta)$ гармониялық құраушыны есептеу үшін өрнек алынды. Трансаксиалды айна өрісінің потенциалы үшін аналитикалық өрнектер $\varphi(\eta, \zeta)$ потенциалы үшін жақсы жуықтауды береді және сонымен бірге Дирихленің берілген шекаралық шарттарын дәл қанағаттандырады және екі өлшемді Лаплас теңдеуін қанағаттандырады. Үш электродты трансаксиалды айнадағы шағылу нәтижесінде шашыраңқы сәулелер шоғын параллель сәулеле шоғына айналдыруға және жоғары сапалы кеңістіктік-уақыттық фокустауға қол жеткізуге болатындығын көрсетті. Трансаксиалды айналардың бұл қасиеті жоғары тиімді ұшу уақыты масс-спектрометрлерді жасау үшін пайдалануға болады. Сондай-ақ, үш электродты трансаксиалды линзаның электростатикалық потенциалы үшін өте қарапайым аналитикалық өрнек алынды, оны трансаксиалды айналарды есептеу үшін де қолдануға болады.

Бөлшектердің траекторияларын есептеу үшін Ньютонның өлшемсіз теңдеулері мен үш электродты трансаксиалды айнаның өрісін жақсы дәлдікпен сипаттайтын потенциалдың аналитикалық өрнектері қолданылады. Шоқты вертикалды фокустаудың екі режимі есептелді.

Түйін сөздер: зарядталған бөлшек, трансаксиалды электростатикалық айна, Ньютонның өлшемсіз теңдеулері, телескопиялық жүйе, скалярлық потенциал, бөлшектердің траекториясы

DYNAMICS OF THE FLOW OF CHARGED PARTICLES FROM A POINT SOURCE IN A TRANSAXIAL MIRROR

I.F. SPIVAK-LAVROV^{1,*}, O.A. BAISANOV²,

S.U. SHARIPOV¹, G.T. URINBAEVA¹

¹K. Zhubanov Aktobe Regional University, Aktobe, Kazakhstan

²T. Begeldinov Aktobe Aviation Institute, Aktobe, Kazakhstan

*e-mail: spivakif@rambler.ru

Abstract. The motion of charged particles emerging from a point source located in the middle plane of the transaxial mirror is considered. A three-electrode transaxial mirror is two parallel plates cut by straight circular

cylinders of radius R_1 and R_2 , whose axis coincides with the axis z . Using the methods of the theory of functions of a complex variable, we obtained expressions for calculating the harmonic component $F(\eta, \zeta)$. Analytical expressions for the field potential of a transaxial mirror give a good approximation for the potential $\varphi(\eta, \zeta)$ and at the same time exactly satisfies the given Dirichlet boundary conditions and satisfies the two-dimensional Laplace equation. It is shown that as a result of reflection in a three-electrode transaxial mirror, a parallel volume beam can be formed. This property of transaxial mirrors can be used to create highly efficient time-of-flight mass spectrometers. A fairly simple analytical expression for the electrostatic potential of a three-electrode transaxial lens is also obtained, which can also be used to calculate transaxial mirrors. To calculate the trajectories of particles, the dimensionless Newton equations and analytical expressions for the potential are used, which describe the field of a three-electrode transaxial mirror with good accuracy. Two modes of vertical beam focusing are calculated.

Keywords: a charged particle, transaxial electrostatic mirror, dimensionless Newton equations, telescopic system, scalar potential, the trajectory of particles