

GTAMP 27.27.17

КОМПЛЕКС АЙНЫМАЛЫ СЫЗЫҚТЫ ФУНКЦИЯНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ

А.А.КУЛЬЖУМИЕВА, К.СЕРІКҚЫЗЫ

М. Өтемісов атындағы БҚМУ, Орал қаласы, Қазақстан

Аңдатпа. Берілген мақала комплекс айнымалы сызықты функция көмегімен жүзеге асырылатын конформды бейнелеудің оқыту әдістемесіне арналған. Комплекс айнымалы функция ұғымының қысқаша тарихы мен оның әр түрлі математикалық пәндерінде қолданыстары келтірілген. Жазықтықтың қарапайым түрлендіруімен тығыз байланыста болатын конформды сызықты функцияның анықтамасы, оның дербес жағдайлары қарастырылған. Есептер арқылы комплекс айнымалы бүтін сызықты функция түрлендірулерінің геометриялық мағынасы көрсетілген. «Комплекс айнымалы бүтін сызықты функция» тақырыбына практикалық сабақтың өткізу әдісіне көңіл бөлінген, Блум таксономиясы бойынша тапсырмалар құрылды.

Түйін сөздер: комплекс айнымалы сызықты функция, конформды бейнелеу, Блум таксономиясы.

Аннотация. Данная статья посвящена вопросам методики преподавания конформного отображения, осуществляемого с помощью линейной функции комплексных переменных. Приводится краткая история понятия функции комплексной переменной и ее применение в различных математических дисциплинах. Рассматривается определение конформной линейной функции, ее частные случаи, которые тесно связаны с простым преобразованием плоскости. Геометрическое значение преобразования целой линейной функции комплексных переменных показывается с помощью задач. Особое внимание уделяется методике проведения практического занятия на тему «Целая линейная функция комплексных переменных», для проведения которого были составлены задания по таксономии Блума.

Ключевые слова: линейная функция комплексной переменной, конформное отображение, таксономия Блума.

Annotation. This article is devoted to the methods of teaching conformal mapping using a linear function of complex variables. A brief history of the concept of a function of a complex variable and its application in various mathematical disciplines is given. We consider the definition of a conformal linear function and its special cases, which are closely related to a simple transformation of the plane. The geometric value of the transformation of an entire linear function of complex variables is shown using problems. Special attention is paid to the method of conducting a practical lesson on "the Whole linear function of complex variables", for which tasks on Bloom's taxonomy were compiled.

Key words: linear function of a complex variable, conformal mapping, Bloom's taxonomy .

Комплекс айнымалы функциялар теориясы табиғи, жасанды құбылыстардың өзгеру процессін зерттеуге байланысты пайда болды. Алғашында комплекс айнымалы функция теориясы қарапайым теңдеулердің шешімін табу әдістерімен айналысты. Содан кейін теңдеулер шешімінің бар болуы және жалғыздығы туралы, шешімнің сапалы қасиеттерін зерттеу секілді негізгі теориялық сұрақтарға көшті. Қазіргі уақытта зерттеулер бастапқы және шеттік есептердің жуық шешімін табудың әдістерін жетілдіру, оңтайлы математикалық моделдер бағытында жүргізілуде.

Комплекс айнымалы функциялар көп қолданылады, біржағынан, әр түрлі қолданылымды математикалық пәндерінде, атап айтқанда: теориялық физика, гидродинамикада, серпімділік теориясында, аспан механикасында, екінші жағынан, таза математиканың әр түрлі бөлімдерінде, атап айтқанда: алгебрада, сандар аналитикалық теориясында, дифференциалдық теңдеулерінде т.б. қолданылады [1].

Комплекс сан ұғымы тұңғыш рет XVI ғасырда итальяндықтар Дж. Кардано және Р. Бомбелли қарастырған дискриминантты теріс квадрат теңдеулердің, шешімдеріне байланысты шыққан ұғым. 1572 жылы шыққан «Алгебра» атты кітабында Р. Бомбелли комплекс сандарға арифметикалық операциялар қолданған. XIX ғасырдың аяғында жиындар теориясының дамуына байланысты комплекс сан $x + iy$ екі нақты сан x пен y –тің реттелген пары (x, y) түрінде қаралуы комплекс сандардың геометриялық кескінінен ешбір кем емес екендігі де кейінгі кезде белгілі болып отыр.

Кейінгі жүз жыл ішінде комплекс сандар және комплекс аргументті функциялар теориясы одан әрі дамып, бұл теория картографияда, электр және электротехникада, гидромеханикада, аэромеханикада, серпімділік теориясында, сандар теориясында, және басқа да көптеген жаратылыстану мен техника саласында қолданылады. XVIII ғасырдың ортасында комплекс сандар тұрақты да, айнымалы да шама ретінде математикалық практикада да қолданыла бастады. Әсіресе Эйлер өзінің «Шектеусіз аздар анализіне кіріспе» деген (1748) еңбегінде жалпы айнымалы шама ретінде комплекс айнымалыны алып, функцияларды сызықты көбейткіштерге жіктегенде комплекс сандарды пайдаланады. Эйлер комплекс айнымалы функцияны $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ түрінде жазып, 1776-1783 жылдардағы еңбектерінде интегралдарды табуға комплекс сандарды қолданады [2].

Комплекс айнымалы функция ұғымының математикалық анықтамасын әр түрлі теориялық және практикалық мысалдармен жандандыруды қажет етеді. Функция ұғымын көптеген мысалдар арқылы пысықтап аламыз.

Техникада, шаруашылықта және күнделікті өмірде бір шаманың мәні екінші шаманың мәніне тәуелді болатынын жиі кездестіреміз.

Кеңейтілген комплекс жазықтықта C екі жиын $E = \{z\}$ және $M = \{w\}$ беріліп, егер E жиынының кез келген z элементіне жиынының бір не бірнеше w элементі сәйкес келсе, онда E жиынында функция берілді деп атаймыз. Ол функция мына түрде белгілейді:

$$f : z \rightarrow w, E \xrightarrow{f} M \text{ немесе } w = f(z)$$

Мұндағы z – комплекс айнымалы аргумент, w - комплекс айнымалы функция, f - функцияның аргументке тәуелділігі белгілі бір ереже, заң не келісім бойынша жазылғанын білеміз.

Комплекс айнымалы функцияны оқытуды төмендегідей әдістемелік схемамен жүргізуге болады:

1. Берілген функцияға келтірілген нақты ситуацияны (есепті) қарастыру.

2. Берілген функцияның анықтамасын тұжырымдау, функцияны формуламен беру, осы формулаға кіретін параметрлерді зерттеуді жүргізу.

3. Студенттерді берілген комплекс айнымалы функцияның геометриялық мағынасымен таныстыру.

4. Функцияның негізгі қасиеттерін зерттеу: анықталу облысы мен мәндерінің облысы, шегі және үзіліссіздігі, комплекс айнымалы функцияны дифференциалдау (туынды және дифференциал ұғымы, комплекс айнымалы функцияның дифференциалдануының қажетті және жеткілікті шарттары, аналитикалық функция ұғымы), функция туындысының аргументі мен модулінің геометриялық мағынасы, конформды бейнелеу туралы ұғымы.

5. Функцияның қасиеттерін әр түрлі есептер шығаруда қолдана алу.

Бұл кезең функцияны өтуге байланысты негізгі ұғымдар мен теориялық жағдайларды бекіту кезеңі, сәйкес білік пен дағдыны қалыптастыру кезеңі болып табылады [3].

Бұл әдістемелік схема кез келген функцияны оқыту бағдарламасы болып табылады.

Комплекс айнымалы функция тақырыбынан студенттер білуі тиіс:

1. Функционалдық туралы ұғымды.

2. Функционалдық тәуелділікте тәуелсіз айнымалының бір мәніне тәуелді айнымалының бір не бірнеше мәні сәйкес болатындығын.

3. $w = f(z)$ функциясының мәні комплекс сан болатындығын.

4. Функцияның анықталу аймағы, мәндерінің аймағы туралы түсінікті.

Студенттер үйренуі тиіс:

1. $w = f(z)$ функциясы z -тің орнына $x + iy$ қойғаннан кейін, ол функцияның нақты және жорымал бөліктерін айырып алуды.

2. Аргументтің берілген мәніне сәйкес функцияның мәнін табуды.

3. Функцияның берілген мәніне сәйкес аргументтің мәнін табуды.

Студенттерге конформды болатын комплекс айнымалы сызықтық функция арқылы берілген бейнелеуді немесе түрлендіруді оның кейбір дербес жағдайларын мысал есептер және олардың геометриялық мағынасын көрсете отырып шешуді үйреткен дұрыс. Ол үшін студенттер:

- комплекс сандар жиыны және олардың геометриялық кескінін;
- комплекс санның алгебралық, тригонометриялық, көрсеткіштік формаларын;
- комплекс сандарға амалдар қолдану және ол амалдардың геометриялық түсінігін;
- комплекс санның модулі мен аргументтерін табуы білуі керек.

Конформды бейнелеу болатын комплекс айнымалы сызықты функция тақырыбынан студенттер білуі тиіс:

1. Сызықтық функцияны формуламен жазуды.
2. Сызықтық функцияның графигі вектор немесе нүкте болатындығын.
3. Дербес жағдайларға сәйкес сызықтық функцияның графигінің орналасуын бағдарлау.

Студенттер үйренуі тиіс:

1. Сызықтық функцияның графигін салуды.
2. Сызықтық функцияның модулін, аргументін, коэффициентін табуы.

Сызықтық функцияның кейбір дербес жағдайлары.

Комплекс облысындағы бүтін сызықтық функция нақты облыстағы бүтін сызықтық функция сияқты $w = az + b$ арақатынасымен анықталады: мұнда $a \neq 0$, b - кез келген тұрақты комплекс сандар, $z = x + iy$ комплекс айнымалы шама.

Мысал. Келесі бейнелеулердің геометриялық мағынасын көрсету керек:

а) $w = 3z$; б) $w = e^{i\frac{\pi}{6}}z$; в) $w = z + 3i$; г) $w = z + 5$.

Шешімі: а) $w = 3z$ бейнелеуінің геометриялық мағынасын көрсету үшін мына бейнелеуді қарастырайық.

$w = k \cdot z$ бейнелеу берілсін. Мұндағы коэффициент k нақты тұрақты сан.

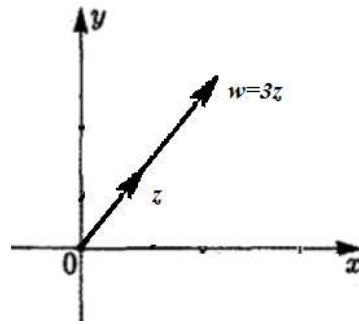
Егер $k > 0$ болса, онда бұл жағдайда $w' = k$, ал ұзындығы $|w| = k \cdot |z|$ мен бұрыштары $\arg w = \arg z$ болады.

Егер $k > 1$ болса, онда ұзындығы $|w| > k \cdot |z|$ болады.

Егер $k < 1$ болса, ұзындығы $|w| < k \cdot |z|$ болады.

Бұл түрлендіруді центрі координаталар бас нүктесінде орналасқан созылу (сығылу) коэффициенті k –ға тең ұқсастық түрлендіру (гомотетия) деп атайды.

Демек, біздің жағдайымызда $w = 3z$ бейнелеуі коэффициенті $k = 3$ -ке тең тұрақты сан. Сонда $O\vec{z}$ векторы мен $O\vec{w}$ векторының координаталар осінің оң бағытымен жасайтын бұрыштары бірдей, яғни, $\arg w = \arg z$ болады да, z пен w нүктелері бір сәуленің бойында жатады. Ал $O\vec{w}$ векторының ұзындығы $|w|$ $O\vec{z}$ векторы ұзындығынан үш есе үлкен болады (1 сурет) [4].

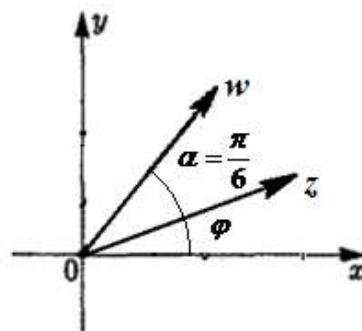


Сурет 1. Созылу коэффициенті 3-ке тең ұқсастық түрлендіру

б) $w = e^{i\frac{\pi}{6}} z$ функциясының бейнесін көрсету үшін мына түрлендіруді қарастырайық. $w = e^{i\alpha} \cdot z$ болсын. Егер $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi) = re^{i\varphi}$ деп алсақ, онда $w = e^{i\alpha} \cdot re^{i\varphi} = re^{i(\varphi+\alpha)}$. Демек $|w| = r = |z|$, $\arg w = \arg z + \alpha = \varphi + \alpha$.

Бұл түрлендіруде координаталар бас нүктесінің айналасында α бұрышына бұрылады. Сондықтан бұл түрлендіруді *айналу (бұру) түрлендіруі* деп атайды.

Сонымен, $w = e^{i\frac{\pi}{6}} z$ бейнелеуді $w = re^{i(\varphi+\alpha)} = e^{i(\varphi+\frac{\pi}{6})}$ түрінде жазамыз. Онда ұзындығы $|w| = 1 = |z|$, ал аргументі $\arg w = \arg z + \frac{\pi}{6} = \varphi + \frac{\pi}{6}$ тең болады. Бұл дегеніміз z нүктесі берілген түрлендіру арқылы w нүктесіне көшкенде модулі өзгермейді де, ал аргументіне $\alpha = \frac{\pi}{6}$ бұрышы қосылады (2 сурет) [4].

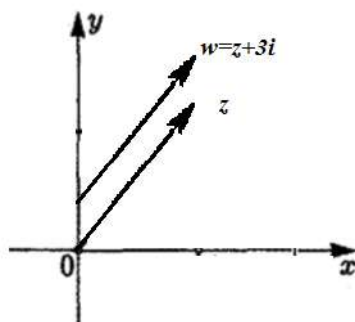


Сурет 2. Айналу түрлендіруі

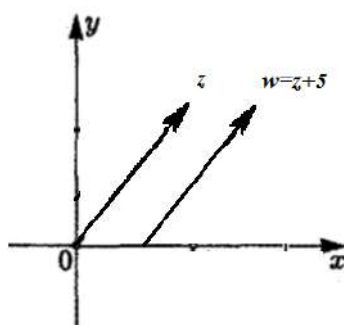
$w = az$, мұнда $a = ke^{i\alpha}$ ($a \neq 1$). Демек $w = ke^{i\alpha} z$ болады да, $|w| = k|z|$, $\arg w = \arg z + \alpha = \varphi + \alpha$.

Бұл түрлендіру бастапқы екі түрлендіруді бірінен кейін бірін қолданғанда орындалады.

в) $w = z + 3i$; г) $w = z + 5$ бейнелеулерін мына $w = z + b$ функциясы арқылы көрсетуге болады. Мұндағы $b = x_0 + iy_0$ - тұрақты комплекс сан. Ендеше $w = (x_0 + x) + i(y_0 + y)$; ал бұл екі векторды қосу ережесі бойынша Oz векторының тұрақты $O\vec{b}$ векторының бойымен ығысуын немесе жылжуын көрсетеді. Олай болса, $w = z + 3i$ түрлендіруі арқылы Oz векторы Oy осі бойынша үш бірлік жоғары жылжиды (3-сурет). Ал $w = z + 5$ түрлендіруі арқылы Oz векторы Ox осі бойынша бес бірлік оңға жылжиды екен (4-сурет) [4].



Сурет 3. z векторын w бойынша жоғары жылжыту



Сурет 4. z векторын w бойынша оңға жылжыту

Студенттердің дамуын жақсарту үшін оқытушы оқыту үдерісінде жаңа әдіс-тәсілдерді өз тәжірибесіне енгізе білуі тиіс. Практикалық сабақта комплекс айнымалы бүтін сызықты функция тақырыбына Блум таксономиясын қолданып өткізуге болады. Өйткені, оқытушы студенттердің сыни тұрғысынан ойлауын туғызу арқылы өзі де дамиды және танымдық қабілеттерін арттыру арқылы шығармашылық деңгейге жеткізеді [5].

Төменде осы тақырыпқа арнап Блум бойынша тапсырмалар матрицасын құрдық (1 кесте).

Сабақтың тақырыбы: *Комплекс айнымалы бүтін сызықты функция*

Мақсаты: $w = az + b$ сызықты функцияның дербес жағдайлары туралы түсінікті қалыптастыру

Кесте 1. Блум бойынша тапсырмалар матрицасы

№	Оқу тапсырмалары	Оқу тапсырмаларының таксономиясы	Уақыт / мин	Бағалау нысанасы
Сабақтың жалпы уақыты:			50	
1.	Берілген функциялардың геометриялық мағынасын көрсет.	1-деңгей	5 мин	Жеке жұмыс / мұғалім бағалайды
2.	Сызықтық функцияның графигін салыңыз.	1-деңгей	5 мин	Жеке жұмыс / мұғалім бағалайды
3.	Функцияның k коэффициенті мен α бұру бұрышын табыңыз.	2-деңгей	10 мин	Жеке жұмыс / мұғалім бағалайды
4.	z_0 нүктесін қозғалмайтындай, ал z_1 нүктесін w_1 нүктесіне көшіретіндей сызықтық функцияны табыңыз.	2-деңгей	10 мин	Жеке жұмыс / мұғалім бағалайды
5.	Төмендегі берілген үшбұрышты сәйкес үшбұрышқа конформды бейнелейтін функцияны табыңыз.	3-деңгей	10 мин	Жеке жұмыс / мұғалім бағалайды
6.	Сызықтық функция арқылы төмендегі берілген шеңберді сәйкес шеңберге бейнелеңіз	3-деңгей	10 мин	Жеке жұмыс / мұғалім бағалайды

Студенттің аты-жөні:

Кесте 2. 1-деңгей тапсырмалары

1. Берілген геометриялық мағынасын көрсет:		
$w = z + 2$, $w = z + 8i$, $w = z + (1 + 4i)$, $w = z - (3 + 2i)$, $w = 4z$, $w = 0,25z$, $w = e^{\frac{\pi}{4}}z$, $w = e^{-\frac{\pi}{3}}z$, $w = iz$		
Жылжыту	Созылу (сығылу)	Бұру
2. Сызықтық функцияның графигін салыңыз:		
$w = \frac{1-i}{\sqrt{2}}z$, $w = e^{\frac{\pi}{2}}z + 2i$, $w = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)z$, $w = 2z - (1 + 2i)$		

Кесте 3. 2-деңгей тапсырмалары

1. Сызықтық функция:	k коэффициенті мен α бұрышын табу
1. $w = (i-1)z - 2$	
2. $w = (1+i)(1-z)$	
3. $w = z - 1 - i$	
4. $w = \frac{1-i}{2}z + 2 + i$	
5. $w = 2e^{\frac{\pi}{2}}z - 1$	
6. $w = (1-i)z + i$	
2. z_0 нүктесін қозғалмайтындай, ал z_1 нүктесін w_1 нүктесіне көшіретіндей сызықтық функцияны табыңыз:	
1. $z_0 = 1 - i$, $z_1 = 2 + i$, $w_1 = 4 - 3i$	

2. $z_0 = -i, z_1 = 1 - 2i, w_1 = 2 - 3i$	
3. $z_0 = -1 - i, z_1 = 3 - 2i, w_1 = 3i$	

Кесте 4. 3-деңгей тапсырмалары

1. Төмендегі берілген үшбұрышты сәйкес үшбұрышқа конформды бейнелейтін функцияны табыңыз:	Сызықтық функция
1. $(-1; 0; 1 - i), (0; i; 1 + 2i)$.	
2. $(0; 1; i), (1 + i; 0; 2)$.	
3. $(-1; 0; i), (2; 1 + i; 0)$.	
4. $(0; 3; 3 + 3i), (0; 3\sqrt{2}i; \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2}i)$.	
5. $(-2; 2i; 2), (0; 1 + i; 2)$.	
6. $(-3; -1; 2i), (1; -1; -2 + 2i)$.	
2. Сызықтық функция арқылы төмендегі берілген шеңберді сәйкес шеңберге бейнелеңіз:	Сызықтық функция
1. $ z - 1 = 2, z = 1$.	
2. $ z = 3, z = 1$	
3. $ z - 3 = 4, z + 3 = 2$	
4. $ z = 1, z + 1 = 2$	
5. $ z - 3 = 4, z = 2$	
6. $ z + 1 = 4, z = 1$	

Бағалау критеріі:

1-деңгей: 1-тапсырма бойынша әр дұрыс жауапқа 2 балл; 2-тапсырма бойынша әр дұрыс жауапқа 1 балл (барлығы 25 балл). 1-деңгей тапсырмаларын орындауға 15 минут уақыт беріледі (2 кесте).

2-деңгей: 1-тапсырма бойынша әр дұрыс жауапқа 2 балл, жарты жауапқа 1 балл; 2-тапсырма бойынша дұрыс жауапқа 1 балл (барлығы 15 балл). 2-деңгей тапсырмаларын орындауға 20 минут уақыт беріледі (3 кесте).

3-деңгей: 1-тапсырма бойынша әр дұрыс жауапқа 5 балл, жарты жауапқа 3 балл; 2-тапсырма бойынша әр дұрыс жауапқа 5 балл, жарты жауапқа 3 балл (барлығы 60 балл). 3-деңгей тапсырмаларын орындауға 20 минут уақыт беріледі (4 кесте).

Студенттер тапсырманы жеке орындайды және жоғарыда көрсетілген критерия бойынша бағаланады.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. Мұқанов Ф. М. Аналитикалық функциялар теориясының негіздері. - Алматы: Санат, 1997. - 192 б.

2. Ұзақов Ғ. Аналитикалық функциялар теориясы. - Алматы: Мектеп, 1986. -216 б.
3. Волковыский Л. И., Лунц Г. Л., Араманович И. Г. Сборник задач по теории функций переменного. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. -312 б.
4. Маркушевич А. И., Маркушевич Л. А. Введение в теорию аналитических функции. - М.: Просвещение, 1977. -624 б.
5. Әлімов А.Қ. Интербелсенді әдістемені ЖОО-да қолдану мәселелері. - Алматы: Мектеп, 2009. -263 б.

ҒТАМР 29.01.45

ФИЗИКА ПӘНІН ОҚЫТУДА СЫН ТҰРҒЫСЫНАН ОЙЛАУ ТЕХНОЛОГИЯСЫН ҚОЛДАНУ

З.К. АЙМАҒАНБЕТОВА, М.Е. ЖАҚСЫЛЫҚОВА

Қ.Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік мемлекеттік университеті, Ақтөбе, Қазақстан

Аңдатпа. Мақалада жаңартылған білім беру мазмұнының бір модулі сын тұрғысынан ойлауды үйрету технологиясы бойынша сабақ өткізуді физика пәнінде қолдану мысалы берілген. Пәнді технологияның кезеңдеріне сай жүйелі әрі тиімді оқытудың жұмыс түрлері ұсынылған.

Түйінді сөздер: 7 модуль, сыни тұрғыдан ойлау, оптика, жарықтың таралуы.

Аннотация. В статье приведены примеры одного из модулей обновлённого содержания образования по использованию технику критического мышления по предмету физика. Предложены виды работ по соответствующим уровням выгодным системе технологии обучения предмета.

Ключевые слова: 7 модуль, критическое мышление, оптика, распространение света

Abstract. The article gives examples of one of the modules of the updated educational content on the use of the critical thinking technique in the subject of physics. Types of work are proposed at certain levels in an advantageous way of subject training technology.

Key words: 7 modules, critical thinking, optics, light distribution

«Қазақтың тағдыры, келешекте ел болуы да мектебінің қандай негізде құрылуына барып тіреледі. Мектебімізді таза, һәм өз жанымызға (қазақ жанына) үйлесетін негізде құра білсек, келешегіміз үшін тайынбай-ақ серттесуге болады.»

Ахмет Байтұрсынұлы

«Дамыған бәсекеге қабілетті ел болу үшін, біз жоғары білімді ұлт болуымыз керек», - деп Елбасымыз Н. Ә. Назарбаев білім мен ғылымға баса назар аударып өткен болатын. Қазіргі таңда білім беру жүйесіне «7 модуль. 7 құндылыққа» негізделген жаңартылған оқу